

На правах рукописи

Гасенко Владимир Георгиевич

**ВОЛНОВЫЕ И ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ
ПРОЦЕССЫ В ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ УСТАНОВКАХ,
ВКЛЮЧАЯ ТОПЛИВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ**

01.04.14 – теплофизика и теоретическая теплотехника

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
доктора технических наук

Новосибирск – 2011

Работа выполнена в Учреждении Российской академии наук
Институте теплофизики им. С.С. Кутателадзе Сибирского отделения РАН

Научный консультант: доктор технических наук, профессор,
академик РАН
Накоряков Владимир Елиферьевич

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор
Кедринский Валерий Кириллович

доктор технических наук, профессор,
член-корр. РАН
Покусаев Борис Григорьевич

доктор технических наук, профессор,
Терехов Виктор Иванович

Ведущая организация: Учреждение Российской академии наук
Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН,
г. Москва

Защита состоится 30 марта 2012 г. в _____ часов
на заседании диссертационного совета Д 212.173.02
при Новосибирском государственном техническом университете
Адрес: 630092, г. Новосибирск, пр. Карла Маркса, 20.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Новосибирского государственного технического университета.

Автореферат разослан «___» _____ 2012 г.

Ученый секретарь диссертационного совета:
доктор технических наук, профессор

Чичиндаев А.В.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Значительный интерес исследователей к проблемам и задачам гидродинамики и волновой динамики паро- и газожидкостных смесей обусловлен широким распространением таких сред в природе и их интенсивным использованием в современной технике, в частности в энергетических установках, включая паровые котлы современных ТЭЦ, активные зоны ядерных реакторов, а также низкотемпературные топливные элементы с полимерными мембранами. Пузырьковая жидкость является распространенной рабочей средой также в криогенной технике, в химической, нефтегазодобывающей и других отраслях промышленности. При этом наиболее интересными и важными являются волновые процессы в пузырьковых жидкостях, носящие нестационарный и многомерный характер, в особенности при больших амплитудах волн. Определяющим механизмом при распространении волн давления в газо- и парожидкостных смесях в наиболее интересных с точки зрения практики ситуациях является диссипация энергии волны из-за неравновесного теплообмена между газом в пузырьках и жидкостью, а также фазовые переходы в случае паровых пузырьков. Финитные нелинейные волны могут как затухать, так и усиливаться в процессе эволюции в результате конкуренции нелинейных, диссипативных, дисперсионных эффектов и эффектов фазовых переходов. Важно отметить, что явление усиления волны, обусловленное локальной деформационной инерцией пузырьковой смеси, как в случае расслоенных газожидкостных смесей, а также за счет полного схлопывания паровых пузырьков в случае парожидкостных смесей, – это явления кавитации и гидроудара, которые могут вызвать эрозию и разрушение стальных конструкций паровых котлов. Знание закономерностей протекания волновых процессов позволяет конструировать элементы энергетических установок контактирующие с паро- и газожидкостными смесями, способные эффективно демпфировать динамическое воздействие ударных волн. В топливных элементах с полимерными мембранами течение двухфазных смесей в катодных газораспределительных каналах связанное с образованием жидкой воды в результате электрохимических реакций холодного «горения» водорода, дополнительно усложнено спецификой микроканальности.

К настоящему времени одномерные нелинейные волны в пузырьковых средах достаточно подробно изучены как теоретически, так и экспериментально в работах Кедринского, Накорякова, Покусаева, Нигматулина, Нордзи и др. Но большинство реальных задач на практике являются многомерными. На данный момент активно ведутся исследования по изучению двумерных волн в пузырьковых средах (Кедринский, Донцов, Ждан, Губайдуллин, Вахитова, Masaharu K., Matsumoto Y. И др.). Необходимость изучения двумерных волн возникает, например, при распространении волн давления в неоднородной жидкости при наличии в ней зоны конечных размеров с пузырьками газа или в случае несимметричного инициирования волны. В вертикальных испарительных трубах паровых котлов, в которых по мере повышения паросодержания с высотой реали-

зуются расслоенные режимы течения воды и пара, воды и парожидкостной смеси, так и крупномасштабные неоднородности распределения паросодержания, которые как в акустическом волноводе генерируют двумерные волны высоких мод.

Таким образом, актуальность темы диссертации обусловлена необходимостью развития теории волновой динамики и гидродинамики течения пузырьковых сред, расширения и углубления теоретических представлений о нестационарных волновых процессах в первую очередь в области больших амплитуд волн и в сложно структурированных газо- и парожидкостных смесях, реализующихся в современных конструкциях энергетических установок и требующих для их расчетов применения двух и трехмерных расчетных моделей.

Практическая значимость рассматриваемых задач связана с их возникновением при конструировании новых машин и аппаратов в энергетике, химической технологии и в новой рождающейся отрасли — водородной энергетике, а также с безопасностью эксплуатации атомных и тепловых электростанций

Целью работы является разработка и апробация по результатам экспериментальных данных расчетных теплофизических моделей волновых и гидродинамических течений в реальных конструкциях энергетических установок, включая топливные элементы с полимерными мембранами, с учетом тепломассообмена, фазовых переходов в газо- и парожидкостных смесях с пузырьковой и дисперсной структурой вещества, а также в многокомпонентных химически реагирующих газовых смесях.

В соответствии с намеченной целью были поставлены следующие **задачи исследования**:

1. Создать модель паро- и газожидкостной смеси как сплошной среды и исследовать ее свойства на основе гомогенного приближения и решения задач динамики и теплообмена отдельного пузырька с окружающей жидкостью.

2. Провести численные исследования структуры импульсов давления малых и умеренных амплитуд в паро- и газожидкостных смесях на основе волновой модели уравнения Бюргерса-Кортевега-де-Вриза с учетом релаксации скорости звука от адиабатической до изотермической за счет теплообмена пузырька с жидкостью, а также на основе многоволновых модельных уравнений, учитывающих нелинейное взаимодействие возмущений давления, распространяющихся с двумя и тремя разными скоростями звука.

3. Разработать модели и методы расчета волн большой амплитуды до 50 бар в паро- и газожидкостных смесях, согласующиеся с известными экспериментальными данными.

4. Создать методы расчета двумерных волн для реальных газожидкостных смесей в вертикальных трубах, позволяющих объяснять и рассчитывать новые волновые явления, наблюдаемые экспериментально: аномальное затухание в расслоенных газожидкостных смесях и многократное усиление амплитуды волны при ее взаимодействии с газожидкостным кластером.

5. Провести численные расчеты динамики нелинейных волн в полидисперсных газожидкостных смесях с пузырьками нескольких размеров на основе многоволновых модельных волновых уравнений.

6. Разработать методы расчета «ламинарных» гидродинамических течений и распределения газосодержания двухфазных смесей с пузырьковой структурой в вертикальных каналах на основе новых методов расчета турбулентных напряжений.

7. Разработать инженерные методы расчета высокоскоростного истечения насыщенного пара с околоскритическими параметрами в холодный трубопровод применительно к установке аварийного газоудаления в парогенераторах тепловых и атомных электростанций.

8. Разработать методику расчета процессов массопереноса многокомпонентных и химически реагирующих газовых смесей в топливных элементах с полимерными мембранами до уровня инженерных формул.

Достоверность полученных результатов обеспечивается:

- полным согласием полученных результатов в предельных случаях с известными и апробированными результатами в виде уравнений, численных решений, и значений эмпирических констант;
- совпадением полученных решений и качественно и во многих случаях количественных с достоверными экспериментальными данными;
- использованием проверенных методик численного и аналитического решения задач тепло- массообмена и волнового течения двухфазных смесей;
- публикацией результатов в жестко рецензируемых журналах.

Научная новизна:

- Исследованы теплофизические свойства парожидкостной смеси и ее уравнение состояния в гомогенном приближении на основе ячеистой модели теплообмена отдельного пузырька с прилегающей жидкостью и на основе нового интегро-дифференциального уравнения типа Флоршица-Чео (паровой Рэлея), решения которого близки к численным решениям полной системы уравнений.
- Предложен новый подход в изучении динамики возмущений давления малых и умеренных амплитуд в паро- и газожидкостных смесях на основе известного приближения Бюргерса-Кортевега-де-Вриза и на основе новых волновых модельных уравнений, учитывающих релаксацию скорости звука от адиабатической до изотермической за счет теплообмена пузырька с жидкостью; от скорости звука Мэллока до скорости звука в чистой жидкости за счет полного коллапса паровых пузырьков, а также на основе многоволновых модельных уравнений, учитывающих одновременное наличие нелинейно взаимодействующих возмущений с двумя и тремя разными скоростями звука.
- Исследована область нестационарных и стационарных волн – солитонов Рэлея большой амплитуды от 3 до 50 бар на основе решения численными мето-

дами системы уравнений и показано полное соответствие модели имеющимся экспериментальным данным на ударных трубах.

- Исследованы двумерные линейные и нелинейные волны в расслоенных газожидкостных смесях в вертикальных трубах и дано объяснение аномальному затуханию нелинейных волн в таких смесях, наблюдаемому экспериментально, уносом энергии от основной волны низкочастотными предвестниками, существующими в акустических волноводах как высшие волновые моды и распространяющимися по слою чистой жидкости.
- Предложен новый метод расчета прохождения ударной волны через газожидкостный кластер на основе модели динамических граничных условий и образования переизлученного и многократно усиленного вторичного импульса давления, реально наблюдаемого экспериментально.
- Исследована динамика стационарных и нестационарных волн в полидисперсных газожидкостных смесях с двумя размерами пузырьков на основе полной системы уравнений и на основе трехволнового уравнения. Обнаружены новые формы стационарных волн — мультисолитоны, обладающие свойством распространяться в области окна непрозрачности.
- Разработан метод пробных пузырьков для расчета гидродинамических течений пузырьковых смесей в вертикальных каналах в области умеренных чисел Рейнольдса, а также инженерные методы расчета высокоскоростного истечения насыщенного пара с околоскритическими параметрами в холодный трубопровод.
- Разработана методика расчета процессов массопереноса многокомпонентных и химически реагирующих газовых смесей в топливных элементах с полимерными протонопроводящими мембранами, найдены решения и аналитически рассчитаны значения эмпирических констант, используемые в инженерных формулах, позволяющие минимизировать транспортные и поляризационные потери и увеличить КПД прямого преобразования энергии холодного горения водорода в электрическую энергию в топливных элементах с полимерными мембранами.

Научная ценность полученных в работе результатов состоит:

- в предложении новых моделей паро- и газожидкостных смесей как сплошных сред с уникальными свойствами своего агрегатного состояния и величиной скорости звука, которая может меняться на два-три порядка;
- в создании методов расчета волновых процессов в широком диапазоне амплитуд волн в одно- и двумерной постановках на основе известных и новых волновых моделей, максимально приближенным к реальным паро- и газожидкостным смесям в энергетических установках;
- в использовании метода Монте-Карла для расчета гидродинамических «ламинарных» течений газожидкостных смесей с пузырьковой структурой;
- в разработке методов расчета высокоскоростного истечения насыщенного пара с околоскритическими параметрами в холодный трубопровод применитель-

но к установкам аварийного газоудаления;

- в получении инженерных формул для расчета процессов массопереноса многокомпонентных и химически реагирующих газовых смесей в топливных элементах с полимерными мембранами.

Практическая ценность полученных в работе результатов заключается в возможности использовать построенные модели и развитые алгоритмы расчетов промышленных процессов и технологий. Например, решенная в работе на новом уровне задача динамики парогазовой полости используется:

- Для разработки нового метода получения газогидратов на основе физического взрыва в воде криогенной жидкости. Явление взрывного парообразования лежит в основе расчетов тепловых взрывов барабанов и парогенераторов тепловых станций при появлении на стенке барабана трещины или отверстия.
- В технологии получения нанопорошков при взрыве проволоки соответствующего металла в воде мощным импульсом тока, где особенно важна динамика развития по времени получающейся при этом парогазовой полости.
- В теорию физического взрыва образующейся огромной кавитационной полости в водных бассейнах под ядерными реакторами при их аварии и стекании расплавленного урана в воду. Это одна из наиболее эффективных мер охлаждения активной зоны и метод предотвращения образования критической массы расплавленного урана.
- Для построения систем защиты гидротехнических агрегатов и лопаток гидротурбин при явлениях кавитации, разрушающих прилегающие поверхности.

Модели гидродинамического и волнового течения двухфазных смесей, развитые в работе, использовались для расчета конкретной системы аварийного сброса избыточного пара Бушерской АЭС с околоскритическими параметрами по полученным инженерным формулам.

На защиту выносятся:

1. Результаты расчета теплофизических свойств и уравнения состояния паро- и газожидкостных смесей в гомогенном приближении на основе решенных задач динамики и теплообмена отдельной сферической и несферической парогазовых полостей.
2. Результаты численных и аналитических исследований волновой динамики возмущений давления малых и умеренных амплитуд в паро- и газожидкостных смесях на основе известного приближения Бюргерса-Кортевега-де Вриза и на основе новых волновых модельных уравнений, учитывающих релаксацию скорости звука от адиабатической до изотермической за счет теплообмена пузырька с жидкостью; от скорости звука Мэллока до скорости звука в чистой жидкости за счет полного коллапса паровых пузырьков, а также на основе многоволновых модельных уравнений, учитывающих одновременное наличие нелинейно взаимодействующих возмущений с двумя и тремя разными скоростями звука.

3. Результаты расчетов волновой модели на основе системы уравнений нестационарных и стационарных волн – солитонов Рэлея большой амплитуды от 3 до 50 бар и сравнения расчетов с имеющимися экспериментальными данными на ударных трубах.
4. Результаты исследований двумерных линейных и нелинейных волн в расслоенных газожидкостных смесях в вертикальных трубах; объяснение аномального затухания нелинейных волн в таких смесях, наблюдаемом экспериментально как унос энергии от основной волны низкочастотными предвестниками, распространяющимися по слою чистой жидкости и существующими в акустических волноводах в виде высших волновых модх.
5. Новый метод расчета прохождения ударной волны через газожидкостный кластер на основе модели динамических граничных условий и образования переизлученного и многократно усиленного вторичного импульса давления, реально наблюдаемого экспериментально.
6. Результаты исследования динамики стационарных и нестационарных волн в полидисперсных газожидкостных смесях с двумя размерами пузырьков на основе полной системы уравнений и на основе трехволнового уравнения, а также обнаруженные новые формы стационарных волн — мультисолитоны, обладающие свойством распространяться в области окна непрозрачности.
7. Разработка метода пробных пузырьков для расчета гидродинамических течений пузырьковых смесей в вертикальных каналах в области умеренных чисел Рейнольдса;
8. Инженерный метод расчета высокоскоростного истечения насыщенного пара с околоскритическими параметрами в холодный трубопровод.
9. Методика расчета процессов массопереноса многокомпонентных и химически реагирующих газовых смесей в топливных элементах с полимерными мембранами и аналитический расчет значений эмпирических констант в инженерной формуле вольт-амперной характеристике, позволяющий минимизировать транспортные и поляризационные потери и увеличить КПД прямого преобразования энергии холодного горения водорода в электрическую энергию.

Личный вклад автора заключается в постановке задач математического моделирования процессов тепло- и массообмена в паро- и газожидкостных смесях и в топливных элементах с полимерными мембранами, в разработке новых теплофизических моделей волновых течений двухфазных смесей с пузырьковой структурой, в выборе методов численного и аналитического решения поставленных задач, в проведении всех численных расчетов, верификации численных методик расчета на результатах экспериментальных данных по волновым процессам на ударных трубах, в подготовке научных статей и докладов конференций.

Апробация работы проходила на следующих научных мероприятиях: Международный семинар «Transaction Phenomenon in Multiphase Flow» (Dubrovnik, 1987), XI международный симпозиум «Nonlinear Acoustics» (Novosibirsk, 1987), VIII Всесоюзной конференции «Двухфазный поток в энергетических машинах и аппаратах» (Ленинград, ЦКТИ, 1990), международные конференции «KORUS I–III» (Korea, Ulsan University, 1999, Novosibirsk, NSTU 1999), 2-nd Biot conference on Poromechanics (Grenoble-France, 2002), IV Korean-Russian International Symposium (Novosibirsk, Russia, 2002), XXVI–XXVIII Сибирские Теплофизические Семинары (Новосибирск, ИТФ, 2002–2005), VIII Международный семинар по акустике неоднородных сред (Новосибирск, ИГД, 2004), IX Акустическая конференция (Новосибирск, ИГД, 2006), 3-я Всероссийская конференция с участием зарубежных ученых (Новосибирск, ИТФ, 2008. 3-я и 4-я Всероссийские конференции «Задачи со свободными границами» (Бийск, 2008, 2011), «The 10th International Conference on the Mathematical and Numerical Aspects of Waves», (Vancouver, 2011), Всесоюзной конференции «Нелинейные волны», Новосибирск 2011.

Публикации. Основное содержание диссертации опубликовано в 46 работах (в автореферате приведен список 32 основных работ), в том числе 14 работ опубликовано в изданиях, рекомендуемых ВАК для публикации материалов докторских диссертаций.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, списка основных обозначений, 7 глав, разбитых на две части, 6 первых глав отнесены к первой части, а 7 глава выделена во вторую часть, заключения и списка литературы из 218 наименований. Основной текст диссертации содержит 248 страниц, включая 129 рисунков и 3 таблицы.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность выбранной темы, ее научная новизна, цели и задачи исследований, отмечена теоретическая и практическая значимость полученных результатов, личный вклад автора, указаны положения, выносимые на защиту, рассмотрена структура диссертации и краткое содержание глав.

Современное состояние проблемы выделено во введении под своим заголовком, но для более детального анализа каждой из рассматриваемых проблем, а также четкости в формулировке задач и целей конкретных исследований обзоры современного состояния дополнены по главам.

Первая часть работы посвящена изучению волновых и гидродинамических процессов в паро- и газожидкостных смесях на основе динамики отдельных газовых и паровых полостей и уравнений движения континуальной модели двухфазных смесей.

В первой главе исследована динамика отдельных парогазовых полостей при произвольном и ступенчатом изменении внешнего давления, а также в поле давления звуковых волн.

В разделе 1.1 сформулирована в общем виде задача динамики сферической парогазовой полости, внешняя и внутренняя тепловые задачи для температуры жидкости T_1 и газа T_2 , которые включают уравнение Рэлея для радиуса R сферической полости, уравнение энергии газа внутри пузырька и уравнения теплопроводности в частных производных для газа внутри пузырька и для слоя жидкости вокруг пузырька в ячеистом приближении, а также сформулированы все граничные условия:

$$\begin{aligned}
R \frac{dU_1}{dt} + \frac{3}{2} U_1^2 &= \frac{1}{\rho_1} (p_2 - p), \\
c_{p1} \rho_1 \left(\frac{\partial T_1}{\partial t} + \frac{U_1 R^2}{r^2} \frac{\partial T_1}{\partial r} \right) &= \lambda_1 \left(\frac{\partial^2 T_1}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T_1}{\partial r} \right), \quad R \leq r < R + l, \\
T_0(0, r) &= T_0, \quad T_1(t, R) = T_s(p_2), \quad \left. \frac{\partial T_1}{\partial r} \right|_{r=R+l} = 0, \\
c_{p2} \rho_2 \left(\frac{\partial T_2}{\partial t} + u_2 \frac{\partial T_2}{\partial r} \right) &= \lambda_2 \left(\frac{\partial^2 T_2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T_2}{\partial r} \right) + \frac{dp_2}{dt}, \quad 0 \leq r \leq R \\
T_2(0, r) &= T_0, \quad \lambda_2 \left. \frac{\partial T_2}{\partial r} \right|_{r=R} = -q_2, \quad T_2(R) = T_s(p_2), \\
u_2 &= \frac{\gamma - 1}{\gamma p_2} \left(\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial r} - \frac{r}{3(\gamma - 1)} \frac{dp_2}{dt} \right), \\
\frac{1}{p_2} \frac{dp_2}{dt} + \frac{3\gamma}{R} \frac{dR}{dt} &= -\frac{3\gamma B T_s}{L p_2 R} q_1 - \frac{3\gamma}{p_2 R} \left(\frac{\gamma - 1}{\gamma} - \frac{B T_s}{L} \right) q_2
\end{aligned} \tag{1}$$

Здесь $U_1 = \dot{R} - j_m / \rho_1$ – скорость жидкости на границе пузырька, $j_m = (q_2 - q_1) / L$ – массовый поток конденсата на границе пузырька.

В разделе 1.2 найдено аналитическое решение внешней тепловой задачи в ячеистом приближении и вычислен тепловой поток на границе пузырька газ-жидкость и его известные асимптотики для высоких и низких частот. Последний имеет своим пределом равновесный тепловой поток, приводящий к скорости Ландау в парожидкостных смесях.

$$q_1(t) = \frac{\lambda_1 \delta T_s}{R_0} + \frac{\lambda_1}{l} \sum_{k=1}^{\infty} A_k \int_0^t \frac{\partial T_s}{\partial t'} \exp \left[-\frac{a_1}{l^2} y_k^2 (t' - t) \right] dt' \approx \begin{cases} \frac{\lambda_1}{\sqrt{\pi a_1}} \int_0^t \frac{\partial T_s}{\partial t'} \frac{dt'}{\sqrt{t - t'}} \\ \frac{c_{p1} \rho_1 R_0}{3 \varphi_0} \frac{\partial T_s}{\partial t} \end{cases}, \tag{2}$$

$$A_k = \frac{1 + b^2 y_k^2}{1 + b^2 y_k^2 - b} \approx 1 + b^{-2} y_k^{-2} \approx 1 + \frac{4}{\pi^2 (2k+1)^2}$$

В разделе 1.3 найдено аналитическое нелинейное решение внутренней тепловой задачи для паровых пузырьков и соответствующий тепловой поток

$$q_2 = -\frac{2\lambda_2}{R_0} p_2^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \sum_{k=1}^{\infty} \int_0^t e^{-\frac{\pi^2 k^2 a_2 (t-\tau)}{R_0^2}} \frac{d(T_s p_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}})}{d\tau} d\tau q_2 \approx \begin{cases} \frac{R_0}{3} \frac{dp_2}{dt}, & R_0 \ll R_{кр}, \\ \sqrt{\frac{a_2}{\pi}} \int_0^t \frac{dp_2}{d\tau} \frac{d\tau}{\sqrt{t-\tau}}, & R_0 \gg R_{кр}, \end{cases} \quad (3)$$

где $R_{кр} = 2\pi a_2 / \sqrt{3\gamma p_0 / \rho_1} = 6,15$ мкм – граница адиабатических и изотермических пузырьков в воде, и сделан анализ вклада и внутренней, и внешней тепловых задач в динамику паровых полостей с выводом о пренебрежимо малом вкладе внутренней задачи в динамику пузырьков.

В разделе 1.4 получено новое нелинейное интегро-дифференциальное уравнение типа Флоршица-Чоа (паровой Рэлея) для радиуса парового пузырька,

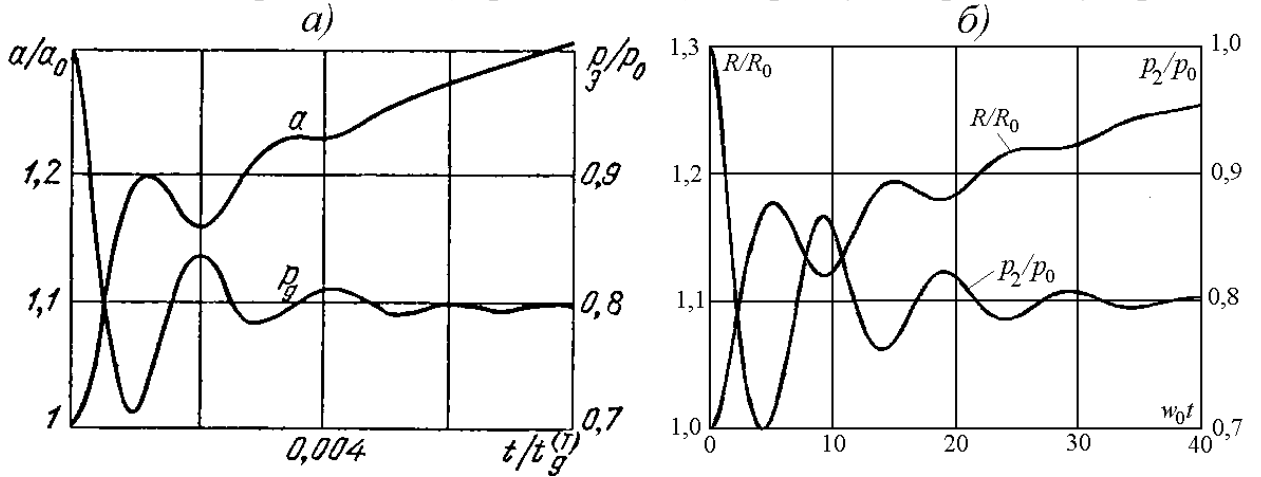


Рис.1. Рост парового пузырька при $\Delta\tilde{p} = -0,2$, $R_0 = 5$ мм, $\beta = 0,42$:

α — (Нигматулин, 1986); $\tilde{b}$ — решение (4).

$$3\gamma \left(\tilde{R}\tilde{R}'' + \frac{3}{2} \tilde{R}'^2 \right) = \exp \left\{ -3\gamma \int_0^{\tilde{\tau}} \frac{d \ln \tilde{R}}{d\tau'} \exp \left[\beta^2 (\tau - \tau') \right] \operatorname{erfc} \left(\beta \sqrt{\tau - \tau'} \right) d\tau' \right\} - \tilde{p} \quad (4)$$

где $\beta = 3\gamma\lambda_1 T_0 p_{20} / L^2 R_0 \rho_{20}^2 \sqrt{w_0 a_1}$, учитывающее и тепловые, и инерциальные механизмы его роста или схлопывания, а также проведено сравнение решений парового Рэлея с известными точными численными решениями исходной задачи в полной постановке, сформулированной в п.1.1, показанное на рис.1. Сделан вывод, что в области больших амплитуд давлений численные решения отсутствуют ввиду больших сложностей этой задачи.

В разделе 1.5 получены численные решения исходной задачи п.1.1 по динамике паровых пузырьков при больших амплитудах внешнего давления и про-

ведено их сравнение с решениями парового Рэлея, подтвердившие уникальность этого уравнения. Пример численного решения системы (1) приведен на рис.2.

В разделе 1.6 на основе численных решений динамики газовых пузырьков с учетом тепловых потерь в полной постановке (1) представлена новая форма проинтегрированного уравнения пузырька в релаксационной форме,

$$\frac{\dot{p}_2}{p_2} + 3\gamma^* \frac{\dot{R}}{R_2} + \frac{1}{\tau_*} \ln \frac{p_2 R^3}{p_0 R_0^3} = 0, \quad (5)$$

позволяющая за счет выбора констант γ^* и τ^* (эквивалентные показатель политропы и время выравнивания температуры в пузырьке, зависящие от его раз-

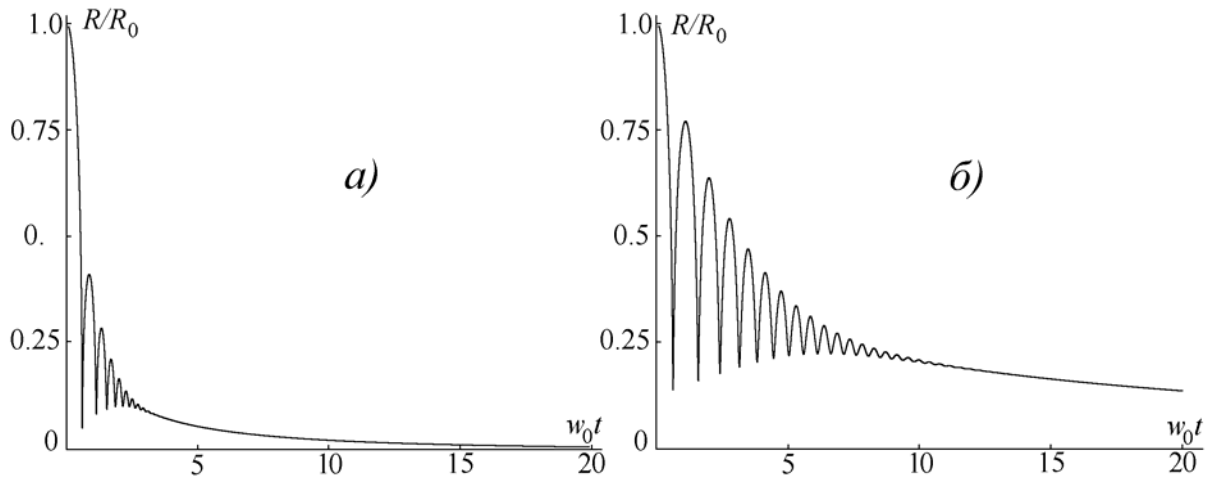


Рис.2. Динамика парового пузырька при $\Delta\tilde{p} = 10$:

а) – $R_0 = 0.5$ мм, $\beta = 1,33$; б) – $R_0 = 5$ мм, $\beta = 0,42$.

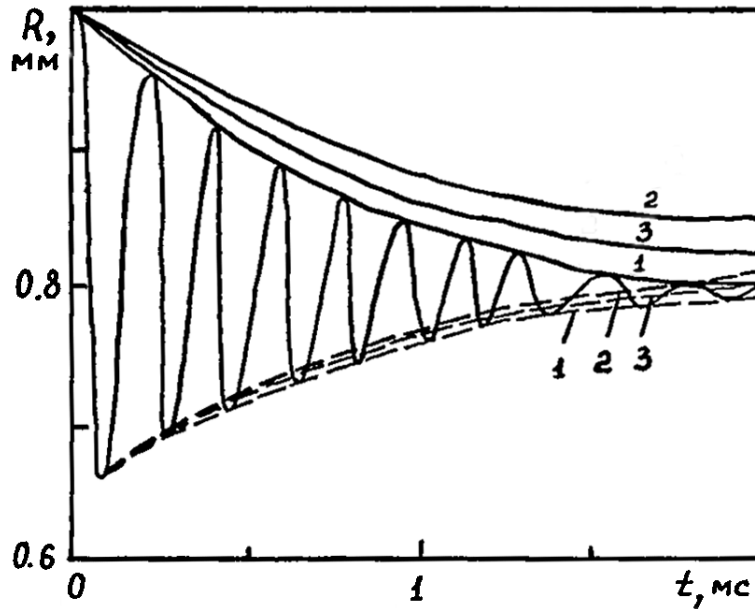


Рис.3. Тепловое затухание пульсаций воздушного пузырька при $p_m = 1$: 1 – точная модель (1); 2 – двухтемпературная модель (Нигматулин, 1986); 3 – интегральная модель (5).

мера) правильно описывать изменение радиуса пузырьков в поле волн давления большой амплитуды, что проиллюстрировано на рис. 3.

В разделе 1.7 проведено исследование устойчивости сферической формы газового пузырька при его колебаниях в звуковом поле в линейной постановке по модели (Plesset, 1954) и (Plesset & Mitchell, 1956), дополненной учетом сжимаемости жидкости и в нелинейной постановке, позволяющей проследить динамику изменения формы пузырька по связанным колебаниям первых трех сферических гармоник на основе система уравнений для амплитуд гармоник

$$A_{nm}\ddot{a}_m = B_n, \quad n, m = 1, 2, 3 \quad (6)$$

матричные элементы A_{nm} – это линейные по амплитудам гармоник полиномы, например, $A_{11} = \rho_1(1/2R + 109/210a_2) + \rho_2(R - 88/35a_2)$ и т.д., а элементы B_n – это квадратичные и линейные члены и их первые временные производные, включая члены с вязкостью. Пример численного решения (6) приведен на рис.4.

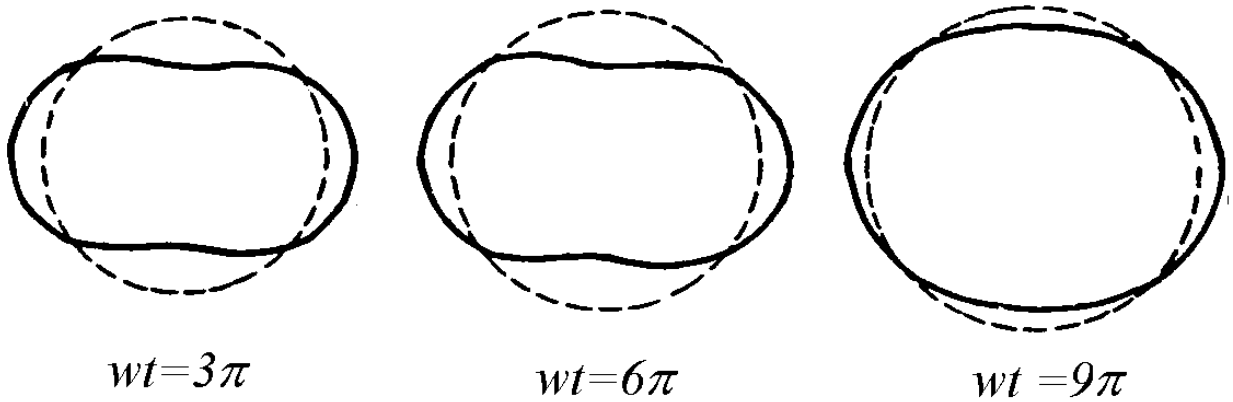


Рис.4. Изменение формы сферического пузырька со временем.

Во второй главе приведены численные решения модельных волновых уравнений в приближении БКВ в пузырьковых средах и проведено их сравнение с экспериментальными данными.

В разделе 2.1 приведен оригинальный и корректный вывод модельных волновых уравнений Буссинеска

$$\tilde{p}_{xx} + \frac{\gamma+1}{2\gamma} \tilde{p}_{xx}^2 - c_3^{-2} \tilde{p}_{tt} + w_0^{-2} \tilde{p}_{xxtt} + 2\nu_{\text{эф}} c_0^{-2} \tilde{p}_{xxt} = 0, \quad (7)$$

$$c_0^2 = \gamma p_0 / \rho_0 \varphi_0, \quad c_3^{-2} = c_0^{-2} + c_1^{-2}, \quad \nu_{\text{эф}} = 2\nu_1 / 3\varphi_0 + R_0 c_0^2 / 2c_1$$

и уравнения Кортевега-де-Вриза-Бюргерса (КДВБ) в канонической форме

$$\tilde{u}_\tau + \tilde{u}\tilde{u}_\xi - \frac{1}{\text{Re}} \tilde{u}_{\xi\xi} + \frac{1}{\sigma^2} \tilde{u}_{\xi\xi\xi} = 0, \quad \text{Re} = \frac{u_0 l}{\nu_{\text{эф}}}, \quad \sigma = l \sqrt{\frac{u_0}{\beta}}, \quad u = \frac{\gamma+1}{2\gamma} c_0 \tilde{p} \quad (8)$$

Метод вывода уравнений позволяет учесть произвольное изменение газосодержания в процессе распространения волн и приводит к новым формам волновых уравнений, рассматриваемым далее во второй и последующих главах.

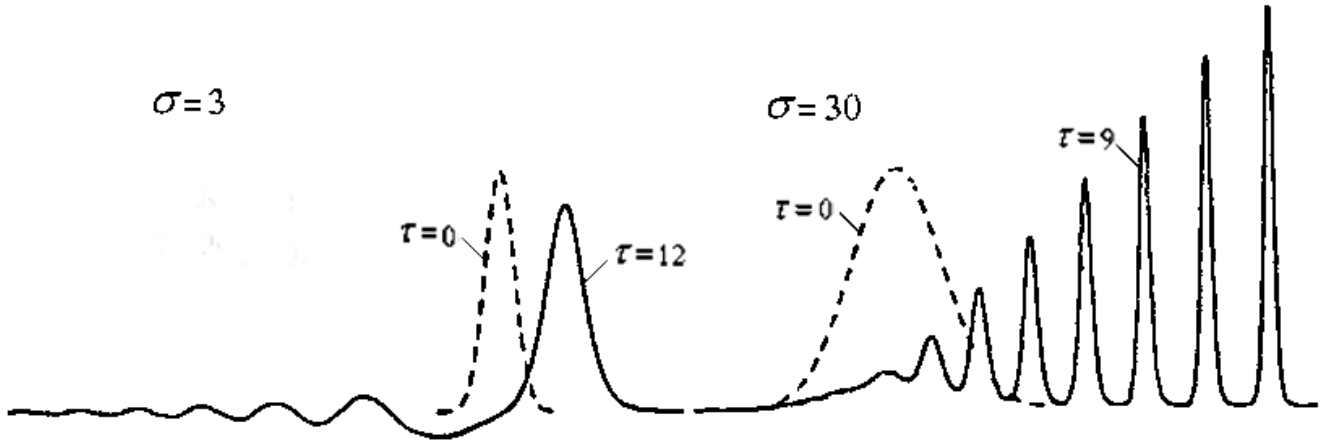


Рис.5. Решения уравнения КдВ при малых и больших параметрах подобия.

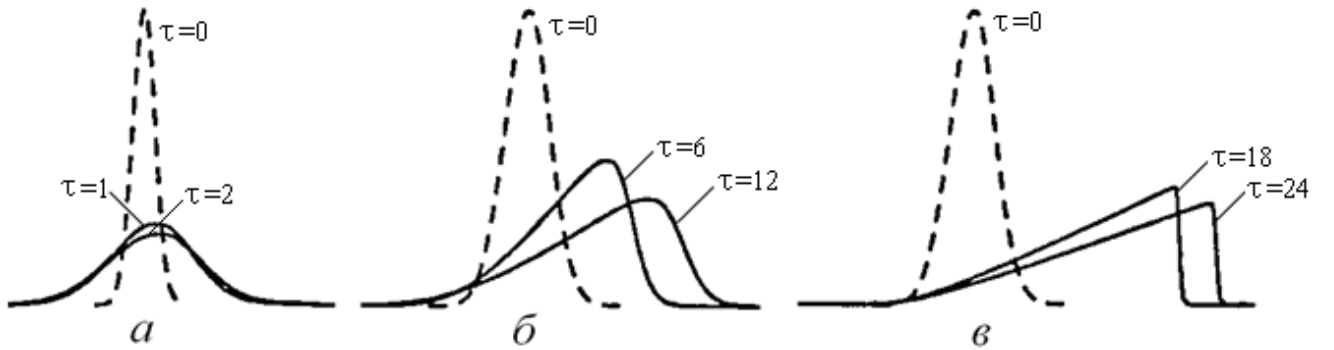


Рис.6. Численные решения уравнения Бюргерса: а) $Re=1$, б) $Re=10$, в) $Re=100$.

В разделе 2.2 приведены и проанализированы сравнением с экспериментальными данными численные решения КДВБ, сведенные в одну карту решений во всей области параметров подобия σ и чисел Рейнольдса Re , в том числе и для стационарных ударных волн, описываемых уравнением

$$y'' - \frac{\sigma}{Re} y' + \frac{y(y-1)}{2} = 0, \quad y = u / \Delta u, \quad Sg_{cr} = \sigma / Re = \sqrt{2} \quad (9)$$

Характерные решения КДВБ и его предельных случаев – уравнения КдВ при $1/Re = 0$ и уравнения Бюргерса при $1/\sigma = 0$ приведены на рис.5 – рис.7.

В разделе 2.3 получено релаксационное уравнение РБКВ, учитывающее тепловую релаксацию скорости звука

$$\tilde{p}_t + c_0(1 + \tilde{p})\tilde{p}_x - v_{eff}\tilde{p}_{xx} + \beta\tilde{p}_{xxx} = -\frac{\gamma_* - 1}{2\tau_*} \int_0^t e^{-(t-t')/\tau_*} \tilde{p}_t dt', \quad (10)$$

и проанализированы его численные решения для «коротких» и «длинных» волн. Пример сравнения расчетного по теории РБКВ (10) и экспериментального профилей ударной волны приведен на рис.8.

В разделе 2.4 приведен вывод модельного уравнения в приближении БКВ для парожидкостных смесей с учетом произвольного изменения радиуса пузырьков и приведены его численные решения для случая малого изменения ра-

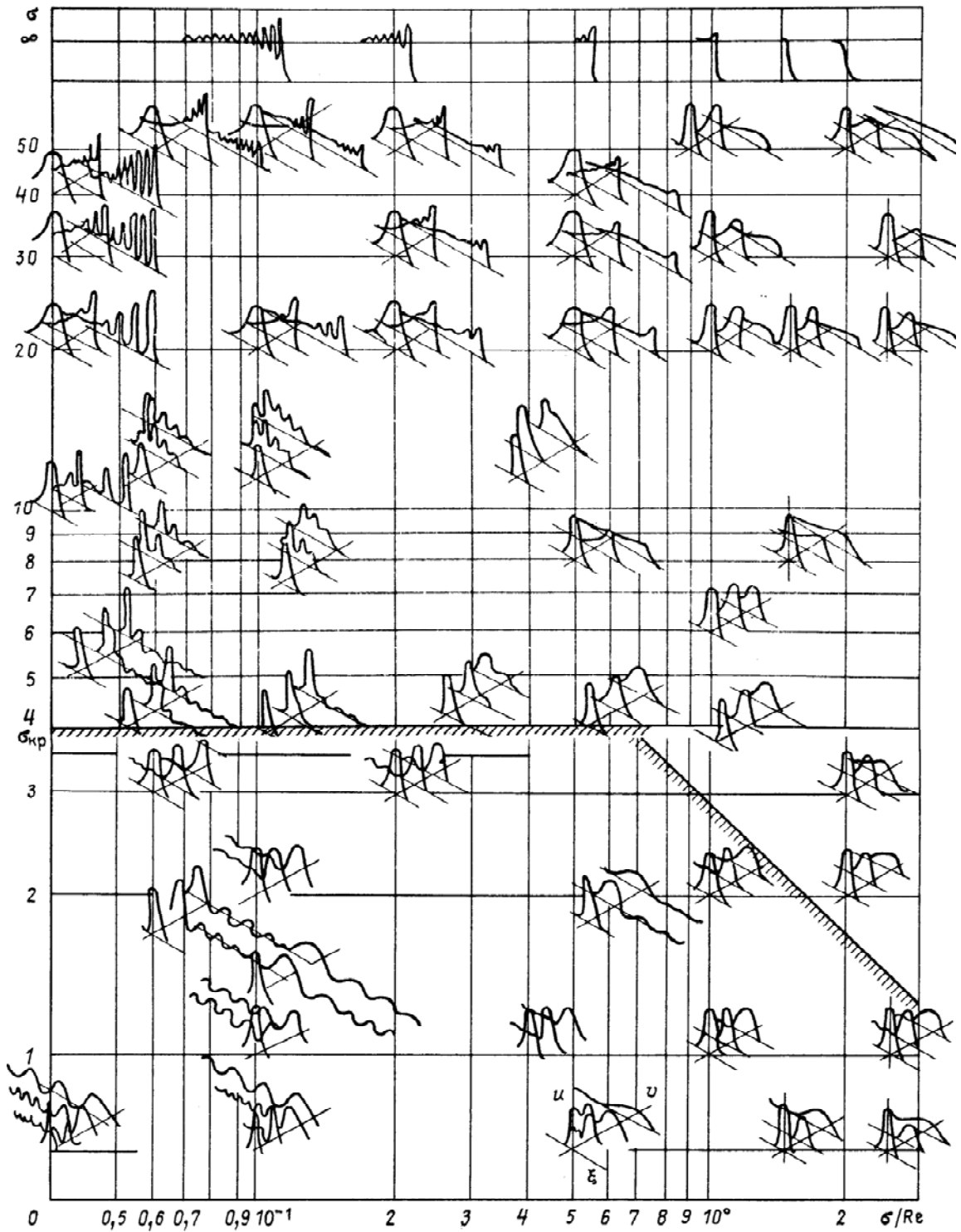


Рис.7. Карта численных решений КДВБ в характерные моменты времени.

диуса в приближении парового уравнения БКВ с интегралом свертки Дюамеля с корневым ядром, справедливым для малых, но конечных амплитуд волн давления

$$\tilde{p}_t + c_0 \tilde{p}_x + \frac{\gamma+1}{2\gamma} c_0 \tilde{p} \tilde{p}_x + \beta \tilde{p}_{xxx} = -m \int_0^t \frac{\tilde{p}_t dt'}{\sqrt{t-t'}}, \quad m = \frac{3\gamma p_0 \rho_1 c_{p1} T_0}{2R_0 \rho_{20}^2 L^2 \sqrt{\pi a_1}} \quad (11)$$

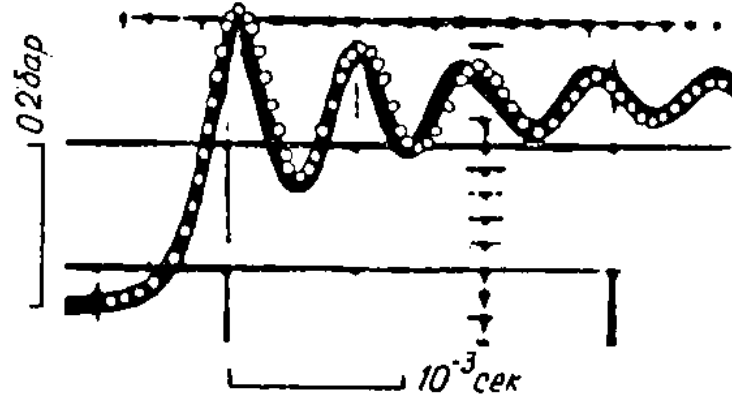


Рис.8. Сравнение расчетных (точки) и экспериментальных профилей ударной волны с пузырьками CO_2 .

В разделе 2.5 рассмотрено приближение модельного волнового уравнения КВУ для коллапсирующей парожидкостной смеси, допускающее полное схлопывание пузырьков и переходящее в волновое уравнение для чистой жидкости

$$\tilde{p}_{xx} + \frac{\gamma+1}{2\gamma} \frac{e^{-D}}{c_0^2/c_1^2 + e^{-D}} \tilde{p}_{xx}^2 - \left(\frac{1}{c_1^2} + \frac{e^{-D}}{c_0^2} \right) \tilde{p}_{tt} + \frac{e^{-D}}{w_0^2} \left(\tilde{p}_{xx} - \frac{1}{c_1^2} \tilde{p}_{tt} \right)_{tt} = \frac{\gamma e^{-D}}{c_0^2} D_{tt}, \quad (12)$$

При учете изменения только равновесной скорости звука за счет конденсации пара в рамках модифицированного уравнения КдВ

$$c_0^{-2} e^{-D/2} \tilde{p}_t + \tilde{p}_x + \frac{\gamma+1}{2\gamma} \tilde{p} \tilde{p}_x + \beta \tilde{p}_{xxx} = 0, \quad D = 3/\rho_{20} L R_0 \int_0^t q_1 dt' \quad (13)$$

проведен анализ решения этого уравнения и показано, что изменение равновесной скорости звука приводит к появлению волн разрежения (см. рис.9).

В третьей главе рассмотрены «сильные» волны в пузырьковых средах в рамках полной системы гидродинамических уравнений континуальной модели.

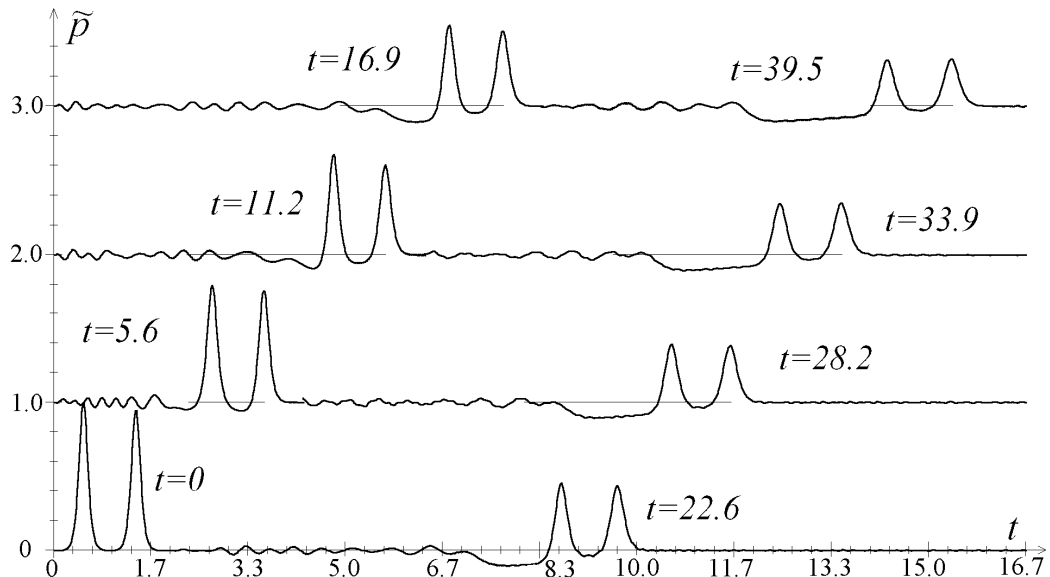


Рис.9. Образование связанных солитонов и волны разрежения в рамках уравнения (13).

В разделе 3.1 на проведено исследование влияния гидродинамической нелинейности на параметры стационарной уединенной волны, описываемой уравнением

$$\begin{aligned} & \frac{\gamma}{2w_0^2} \left[1 - \frac{c_0^2}{\gamma V^2} \left(1 - \frac{V^2}{c_1^2} \frac{1}{1 + \varepsilon \tilde{p}} \right) \tilde{p} \right]^{-1/3} \cdot \frac{c_0^4}{\gamma^2 V^4} \left[1 - \frac{c_0^2}{V^2} \frac{1}{(1 + \varepsilon \tilde{p})^2} \right]^2 \tilde{p}'^2 = \\ & = \frac{c_0^2}{\gamma V^2} \left\{ \frac{\tilde{p}^2}{2} - \frac{V^2}{c_1^2} \left[\tilde{p}^2 - \frac{\tilde{p}}{\varepsilon} + \frac{1}{\varepsilon^2} \ln(1 + \varepsilon \tilde{p}) \right] \right\} + \\ & + \frac{1}{\gamma - 1} \left\{ 1 - \left[1 - \frac{c_0^2}{\gamma V^2} \left(1 - \frac{V^2}{c_1^2} \frac{1}{1 + \varepsilon \tilde{p}} \right) \tilde{p} \right]^{1-\gamma} \right\} + \frac{c_0^2}{\gamma V^2} \left(1 - \frac{V^2}{c_1^2} \frac{1}{1 + \varepsilon \tilde{p}} \right) \tilde{p} \end{aligned} \quad (14)$$

где $\varepsilon = p_0 / c_1^2 \rho_{10}$ – малый параметр, и сделан вывод о границе акустического приближения уравнений движения г/ж смесей по амплитуде волны $p_{max} \sim 250$ бар.

В разделе 3.2. рассмотрены стационарные решения полной системы в виде уединенных волн неограниченной амплитуды или солитонов Рэлея, описываемых уравнением

$$\tilde{p}'^2 = D^2 \left(1 - \frac{\tilde{p}}{\gamma D^2} \right)^{1/3} \cdot \left\{ \frac{2\gamma D^2}{\gamma - 1} \left[1 - \left(1 - \frac{\tilde{p}}{\gamma D^2} \right)^{1-\gamma} \right] + \tilde{p}^2 + 2\tilde{p} \right\} \quad (15)$$

Проведено исследование свойств солитонов Рэлея и сравнение с экспериментальными данными, показавшими, что при амплитудах солитонов больше 3 бар все наблюдаемые солитоны — это солитоны Рэлея, показанные на рис.10.

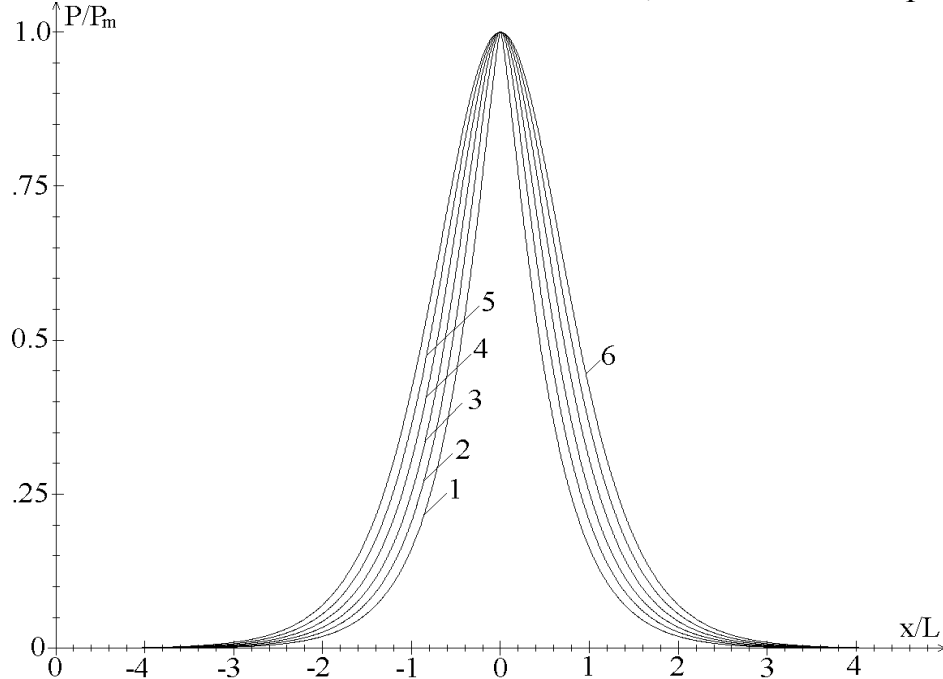


Рис.10. Сравнительная зависимость формы солитонов Рэлея от амплитуды:
1 – $D=1.2$, $p_m=0.8$; 2 – $D=1.5$, $p_m=2.23$; 3 – $D=2$, $p_m=5.23$; 4 – $D=3$, $p_m=13.5$; 5 – $D, p_m \rightarrow \infty$; 6 – солитон Буссинеска.

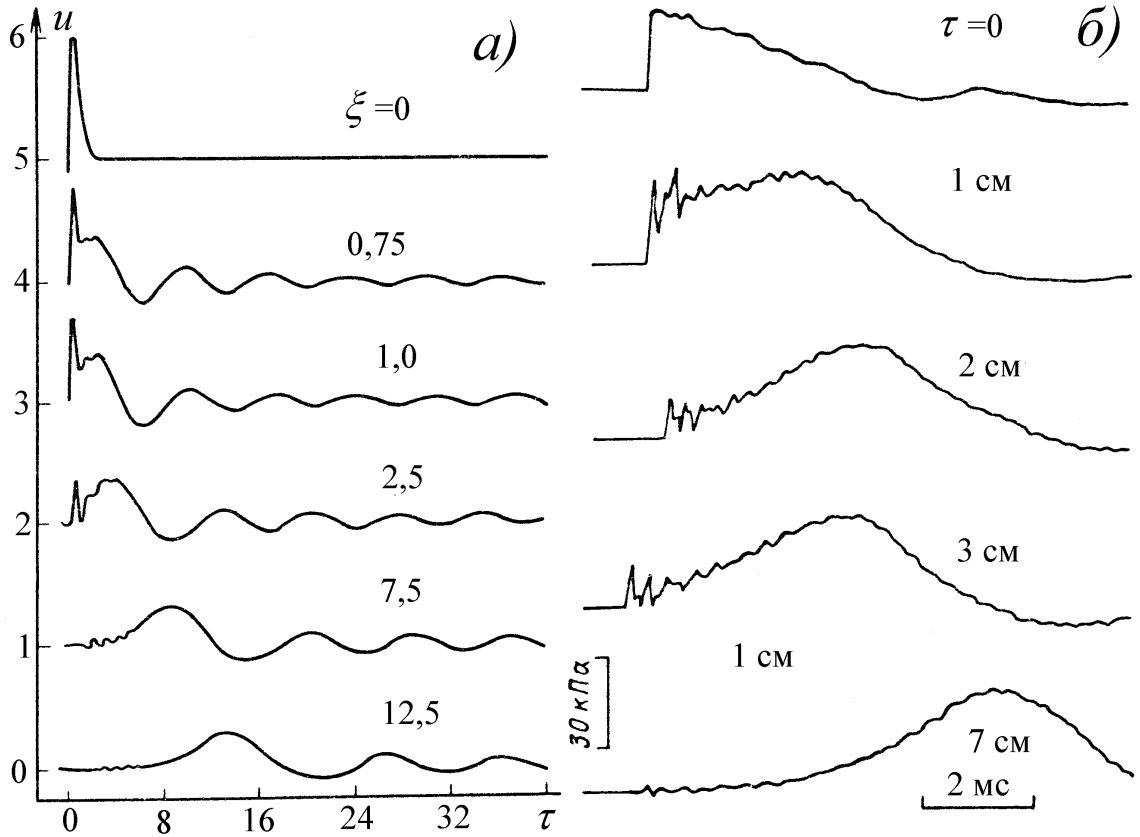


Рис.11. Сравнение а – расчета по уравнению ДНВ и б – эксперимента по эволюции «короткого» сигнала в г/ж смеси. Расчет при $\sigma = 0.1$, $\sigma / \text{Re} = 0.1$.

В разделе 3.3 выведено двухволновое модельное уравнение ДНВ

$$\tilde{p}_{xx} + \frac{\gamma+1}{2\gamma} \tilde{p}_{xx}^2 - c_3^{-2} \tilde{p}_{tt} + w_0^{-2} (\tilde{p}_{xx} - c_1^{-2} \tilde{p}_{tt})_{tt} + 2\nu_{\text{эф}} c_0^{-2} (\tilde{p}_{xx} - c_1^{-2} \tilde{p}_{tt})_t = 0 \quad (16)$$

его предельные случаи: уравнение Буссинеска на низкочастотной ветви

$$u_{\tau\tau} - u_{\xi\xi} - u_{\xi\xi}^2 - u_{\xi\xi\tau\tau} - \eta u_{\xi\xi\tau} = 0 \quad (17)$$

и уравнение Клейна-Гордона на высокочастотной ветви

$$u_{\tau'\tau'} - u_{\xi\xi} + u(1 - V^{-2}) + 2V^{-2}u^2 + \eta_* = 0 \quad (18)$$

и рассмотрены их численные решения. Пример решения уравнения ДНВ для короткого сигнала и его сравнение с экспериментом показан на рис.11.

В разделе 3.4 рассмотрены решения модельных волновых уравнений с дисперсией высокого порядка для одномерных волн. Обобщенное уравнение Кортевега-де-Вриза (ОКдВ) с пятой производной

$$u_t + uu_x - \delta u_{5x} = 0 \quad (19)$$

и уравнение для нелинейных волн на пленке жидкости

$$u_t + uu_x + \alpha u_{xx} + \beta u_{xxx} + \gamma u_{xxxx} = 0, \quad \alpha, \beta, \gamma \geq 0 \quad (20)$$

Пример решения уравнения (20) в виде распада начального возмущения на последовательность пленочных солитонов, отвечающий экспериментальным данным приведен на рис.12.

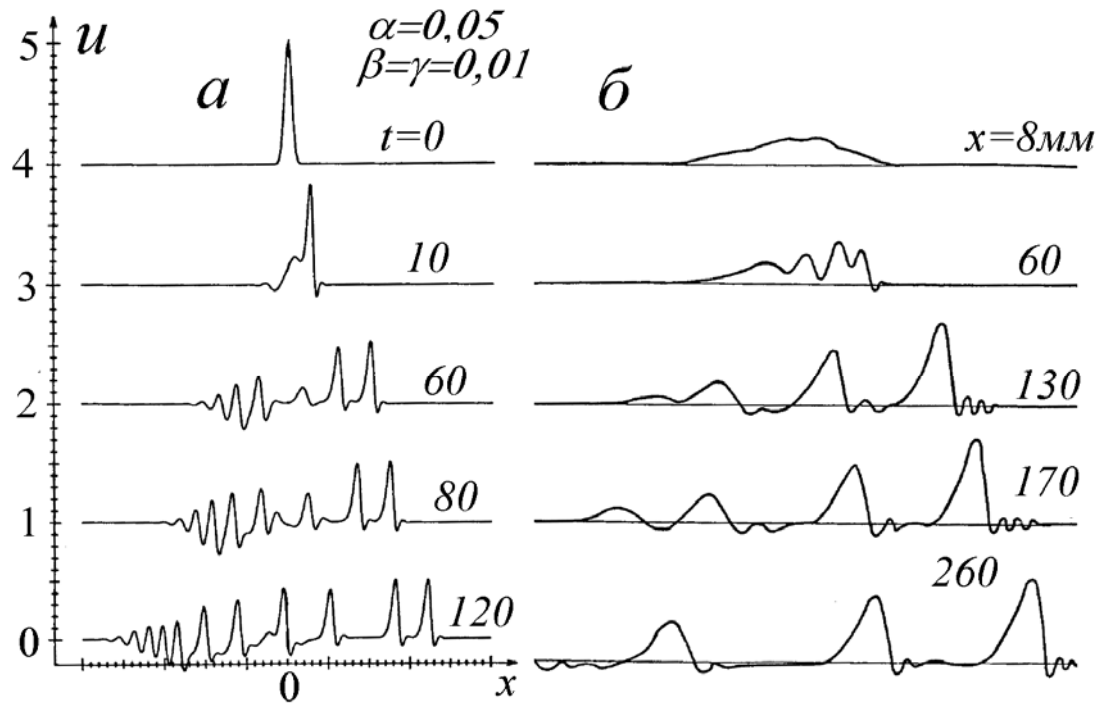


Рис.12. Распад начального распределения на последовательность пленочных солитонов: а – расчет по уравнению (20); б – экспериментальные профили (Алексеев и др., 1979).

В четвертой главе изучаются двумерные волны в структурированных пузырьковых средах смесей большой амплитуды на основе системы уравнений включающей неоднородное волновое уравнение в акустическом приближении, уравнение Рэлея для объема пузырьков и уравнение энергии для газа

$$\begin{aligned} \Delta \tilde{p} - c_1^{-2} \tilde{p}_{tt} &= -\gamma c_0^{-2} v_{tt}, \\ \gamma w_0^{-2} (v^{-1/3} v_{tt} - v^{-4/3} v_t^2 / 6) &= \tilde{p}_2 - \tilde{p} - 1, \\ (\ln \tilde{p}_2 v^\gamma)_t + \tau_*^{-1} \ln \tilde{p}_2 v &= 0 \end{aligned} \quad (21)$$

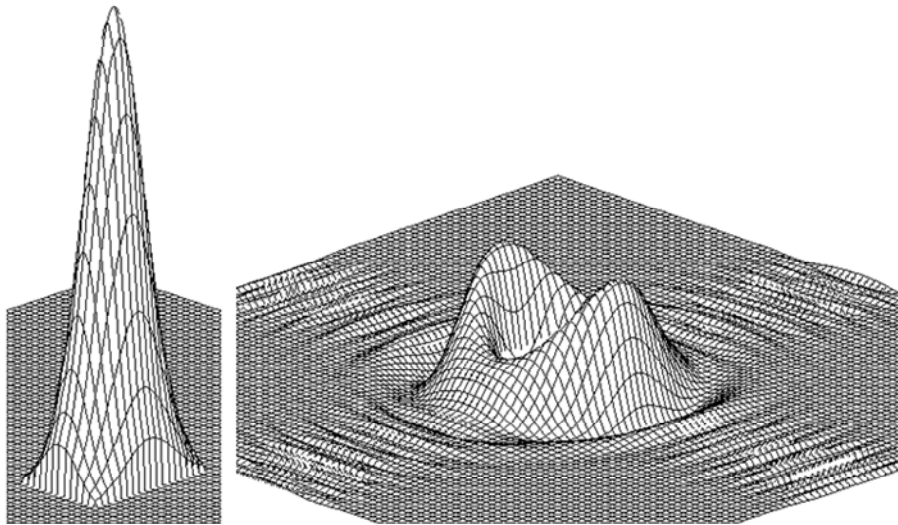


Рис.13. Эволюция начального двумерного распределения.

В разделе 4.1 рассматриваются численные решения (21) в виде распространения двумерных волн в неограниченной г/ж смеси в постановке задачи Коши, показанной на рис.13 и в постановке краевой задачи, показанной на рис.14. При выделении не симметрии в направлении распространения волны в бездиссипативном случае система (21) сведена к двумерному волновому уравнению

$$\Delta u + \Delta u^2 - u_{tt} + \Delta_{\parallel} u_{tt} = 0 \quad (22)$$

Найдены двумерные солитоны в такой среде близкие, но не тождественные солитонам уравнения Кадомцева-Петвиашвили (УПК) со знакопеременной по давлению зоной. Форма двумерного солитона показана на рис.15.

В разделе 4.2 рассмотрено распространение несимметричных двумерных импульсов давления в реальной ударной трубе. Показано, что нелинейная волна

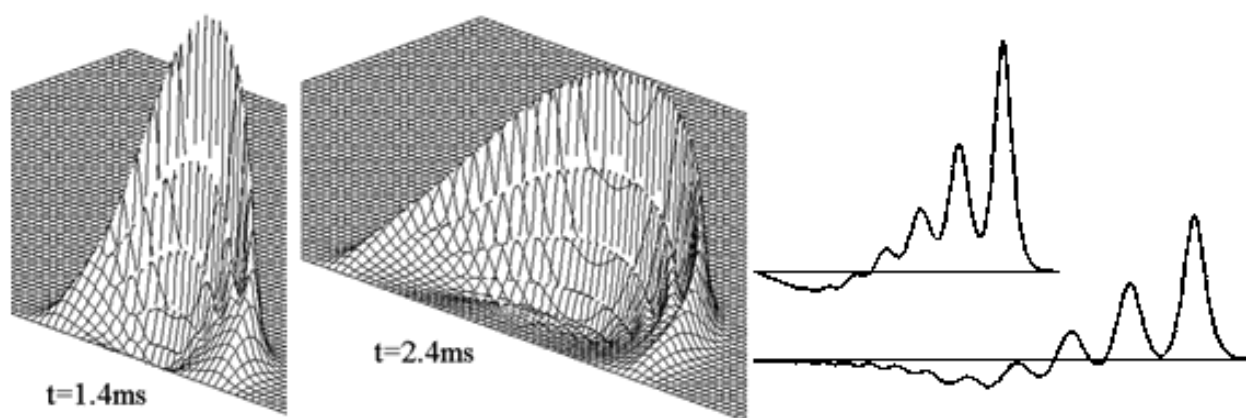


Рис.14. Эволюция двумерного входного сигнала.

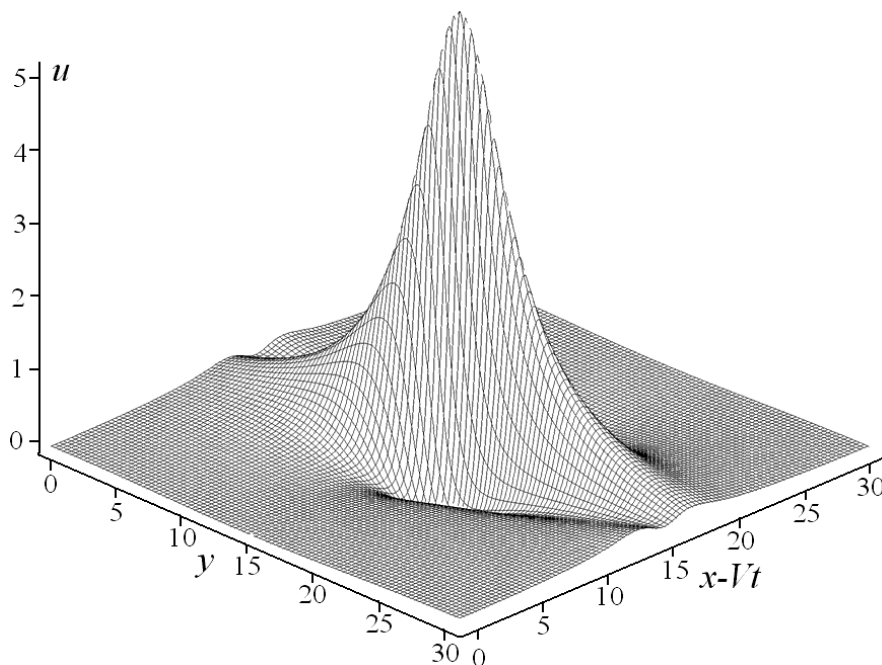


Рис.15. Двумерный стационарный солитон уравнения (22).

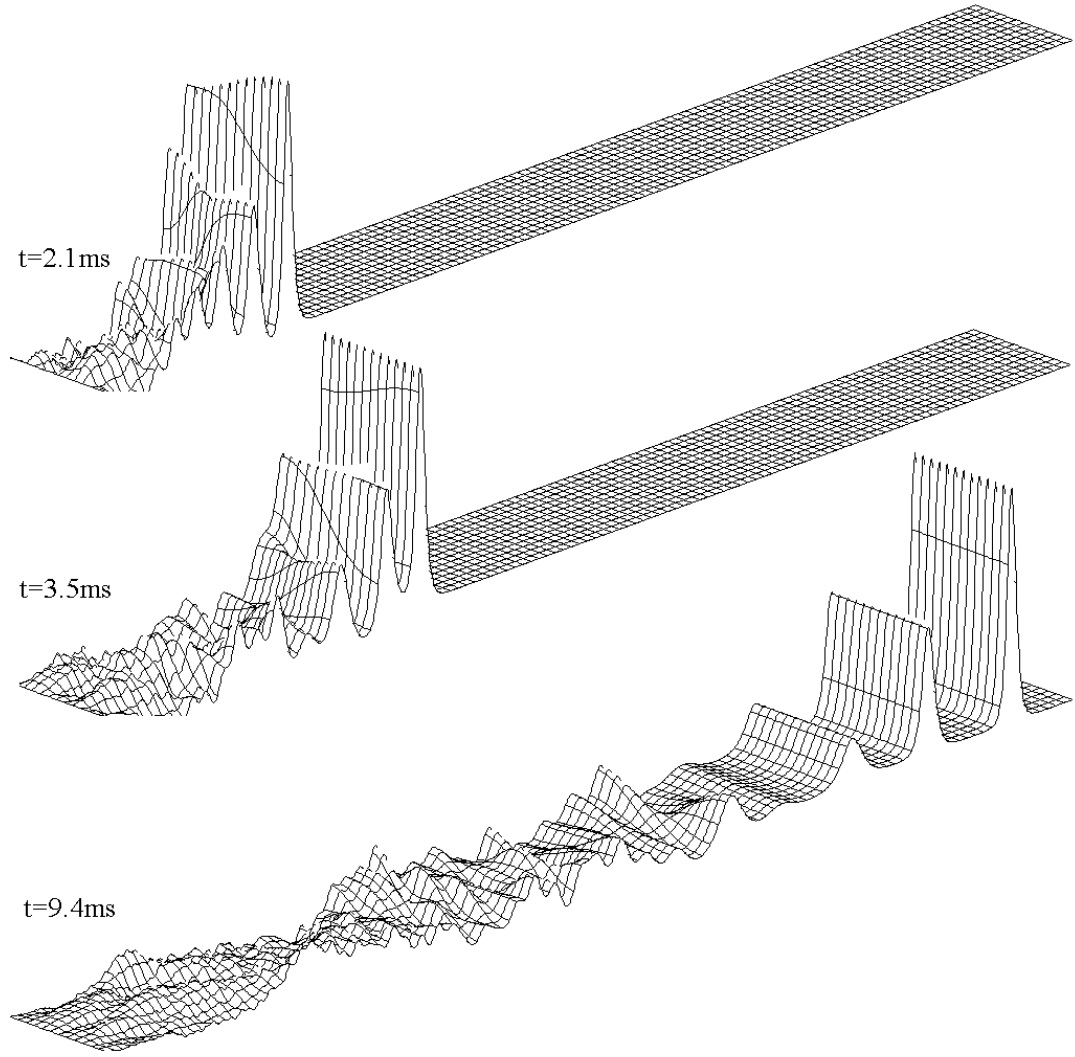


Рис.16. Двухмерные профили давления в ударной трубе с $L = 1\text{ м}$, $D = 52\text{ мм}$, при $p_m = 2.5$, $t_0 = 50\text{ }\mu\text{s}$, $t_1 = 300\text{ }\mu\text{s}$, $l = 10\text{ мм}$, $d = 10\text{ мм}$, $R_0 = 0.53\text{ мм}$, $\varphi_0 = 1.5\%$, $\gamma = 1.14$.

в виде солитонов быстро становится одномерной, а волновой пакет стохастизируется. Пример расчета несимметричной нелинейной волны в реальном вертикальном канале в бездиссипативном случае показан на рис.16.

В разделе 4.3 изучается дисперсия двумерных линейных волн в расслоенных газожидкостных смесях в плоском канале и вводится понятие «узкого» и «широкого» каналов. На основе линейных волновых уравнений для потенциалов скорости в слое газожидкостной смеси и в слое чистой жидкости

$$\begin{aligned} \Phi_{tt} - c_1^2 \Delta \Phi - \mu_1 \Delta \Phi_t &= 0, \quad 0 < y < h, \\ \Psi_{tt} - c_0^2 \Delta \Psi + c_0^2 w_0^{-2} (c_1^{-2} \Psi_{tt} - \Delta \Psi) &+ \mu_0 (c_1^{-2} \Psi_{tt} - \Delta \Psi)_t = 0, \quad 0 \geq y \geq -d \end{aligned} \quad (23)$$

и соответствующих граничных условий на стенках канала и на границе раздела получено дисперсионное уравнение для бегущих волн $\Psi = \phi(y)e^{i\omega t - ikz}$, $\Phi = \phi(y)e^{i\omega t - ikz}$

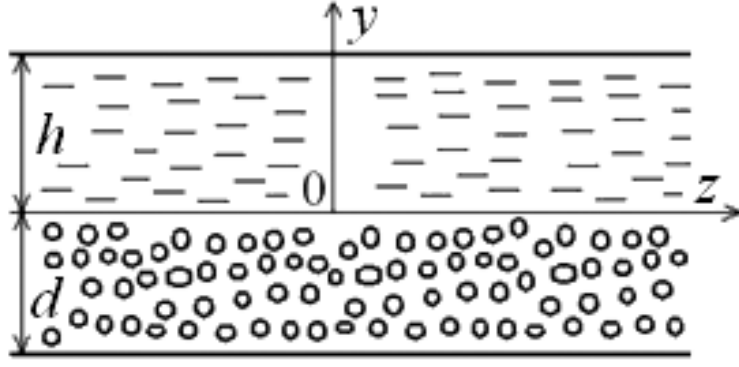


Рис.17. Схема расслоенной г/ж смеси.

$$\begin{aligned} \rho_1 a h a h + \rho_0 b t h b d = 0, \quad a^2 &= \frac{x^2}{h^2} \frac{1 - \varepsilon^2 V^2 + i \alpha_1 x}{\varepsilon^2 V^2 (1 + i \alpha_1 x) \delta_1^2 / \pi^2}, \\ b^2 &= \frac{x^2}{d^2} \cdot \frac{V^2 - 1 + x^2 (1 - \varepsilon^2 V^2) - i \alpha_0 x (1 - \varepsilon^2 V^2)}{V^2 (x^2 - 1 - i \alpha_0 x) \delta_0^2 / \pi^2}, \\ x &= \frac{w}{w_0}, \quad V = \frac{w}{c_0 k}, \quad \delta_0 = \frac{w_{p0}}{w_0}, \quad w_{p0} = \frac{c_0 \pi}{d}, \quad \varepsilon^2 = \frac{c_0^2}{c_1^2}, \quad \alpha_0 = \frac{\mu_0 w_0}{c_0^2}, \\ \alpha_1 &= \frac{\mu_1 w_0}{c_1^2}, \quad \delta_1 = \frac{w_{p1}}{w_0}, \quad w_{p1} = \frac{c_1 \pi}{h}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (24)$$

Анализ (24) показывает, что в широких каналах в низкочастотной области появляется много дополнительных высокоскоростных ветвей дисперсионных кривых, как взаимодействующих, так и независимых. Пример расчета дисперсионного уравнения (24) с указанием мод волны приведен на рис.18.

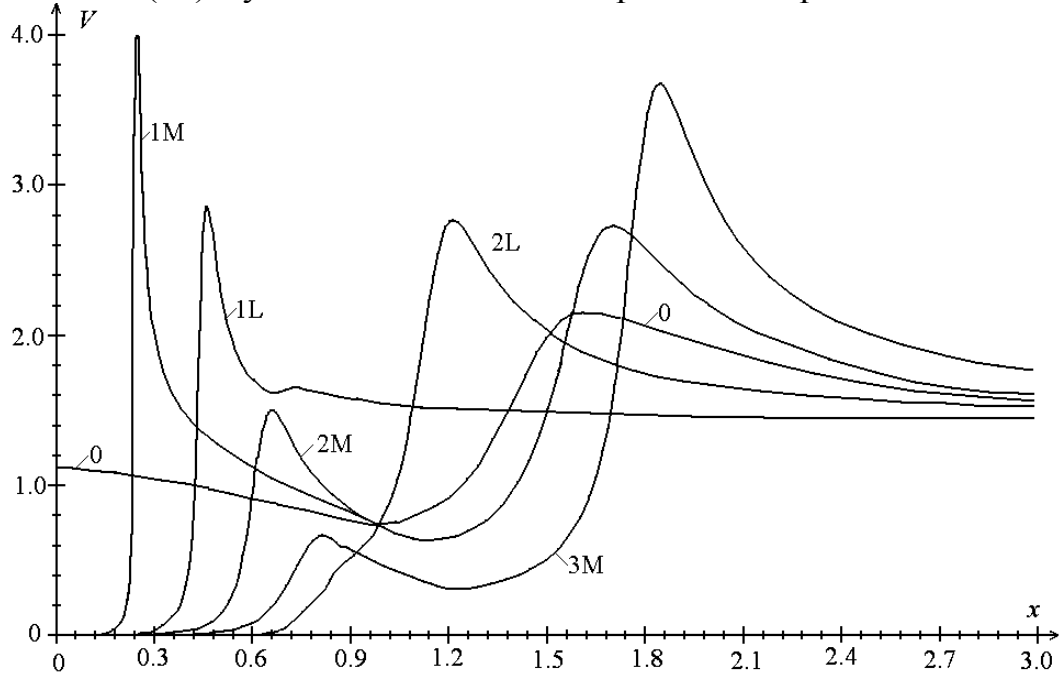


Рис.18. Дисперсия в широком расслоенном канале при $\delta_0 = \delta_1 = 0.3$, $\delta_1 = 0.3$, $\alpha_0 = \alpha_1 = 0.3$.

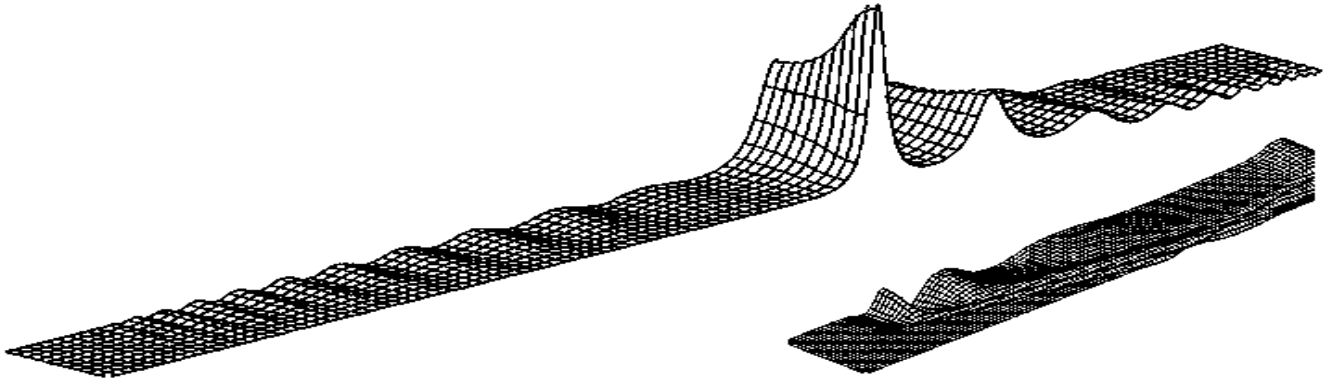


Рис.19. Модельный расчет эволюции нелинейной волны в ударной трубе с расслоенной г/ж смесью при $p_m = 2.72$, $t_0 = 30$ мкс, $t_1 = 400$ мкс, $R_0 = 0.53$ мм, $c_0 = 170$ м/с, $c_1 = 1000$ м/с.

В разделе 4.4 рассмотрено аномальное затухание двумерных нелинейных волн в расслоенных газожидкостных смесях и проведено сравнение расчетов с экспериментальными данными, а также дается теоретическое объяснение этому явлению через унос энергии волны по чистой жидкости мощными предвестниками по обнаруженным в п.4.3 новым дисперсионным ветвям. Пример расчета и структура аномальных предвестников приведена на рис.19.

В разделе 4.5 предложена и протестирована в одномерном случае модель динамических граничных условий, где граница s считается подвижной, которая

$$\begin{aligned} \tilde{p}(t,s) &= \tilde{p}_1(t,s), \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{p}(t,s)}{\partial n} - \frac{1}{\rho_1} \frac{\partial \tilde{p}_1(t,s)}{\partial n} &= \frac{\partial^2 s}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (25)$$

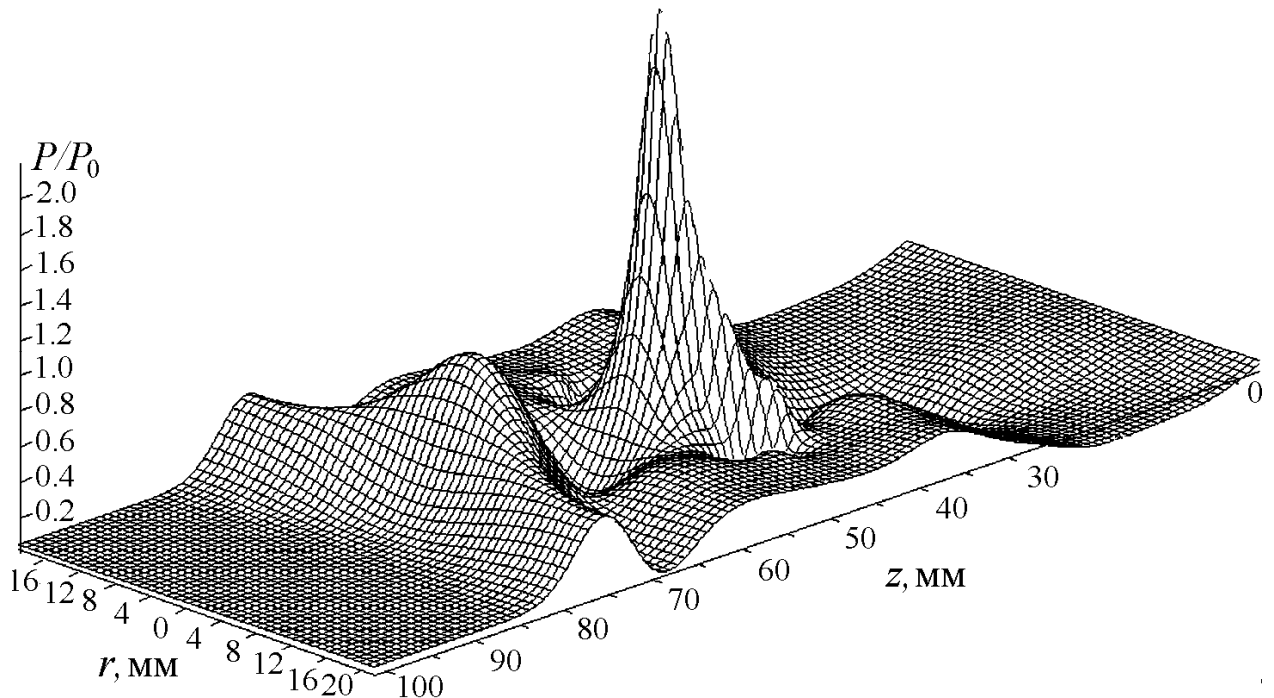
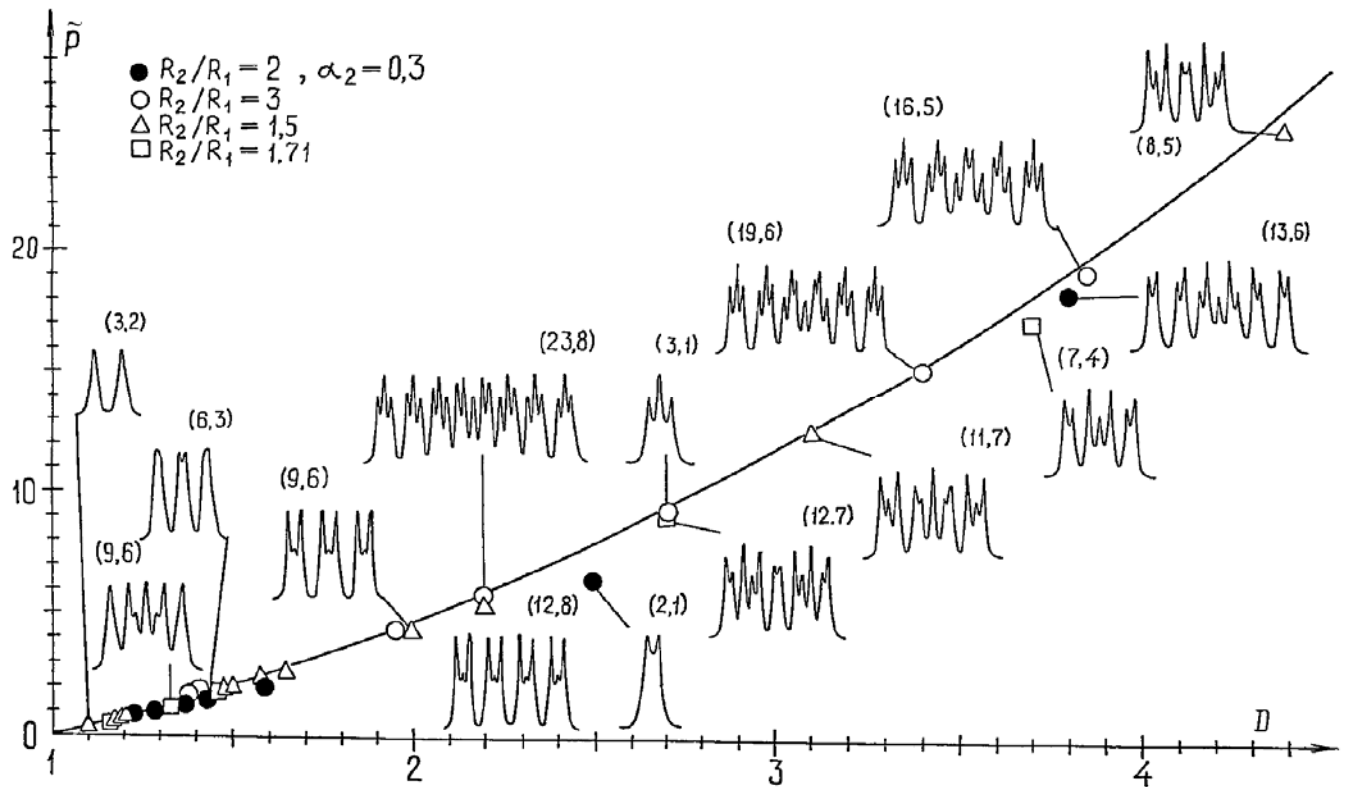


Рис.20. Расчет прохождения ударной волны через конический газожидкостный кластер.



дает в разы отличные от акустических приближений жесткой границы коэффициенты прохождения и отражения волн. Модель позволяет рассчитывать прохождение нелинейных волн в структурированных г/ж смесях с кластерной структурой. Пример расчета прохождения ударной волны через конический кластер, согласующийся с экспериментом (Донцов, 2005), приведен на рис.20.

В пятой главе рассмотрены волны в полидисперсных г/ж смесях.

В разделе 5.1 рассмотрен гамильтониан для стационарных волн в полидисперсных г/ж смесях с неограниченным числом размеров пузырьков

$$H = \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i}{2w_i^2} \frac{\dot{v}_i^2}{v_i^{1/3}} + \frac{\sum_{i=1}^n v_i^{-(\gamma-1)} - 1}{\gamma(\gamma-1)} - \frac{D^2}{2} \left(1 + \frac{1}{\gamma D^2} - \sum_{i=1}^n \alpha_i v_i \right)^2 + \frac{1}{2\gamma^2 D^2} \quad (26)$$

В разделе 5.2 численными методами найдены мультисолитонные уединенные волны в г/ж смеси с двумя размерами пузырьков. Показано, что мультисолитоны, показанные на рис.21, как сильно нелинейные стационарные волны, имеют дискретный спектр по скорости распространения, резонансный характер образования и характеризуются двух индексной модой. Среди мультисолитонов особо выделен слабо нелинейный мультисолитон с модой $(n, 2)$.

В разделе 5.3 методом сечений Пуанкаре изучаются стационарные волны в полидисперсной г/ж смеси с двумя размерами пузырьков. Показано, что система с ростом нелинейности проходит стадии от полной интегрируемости, до полно-

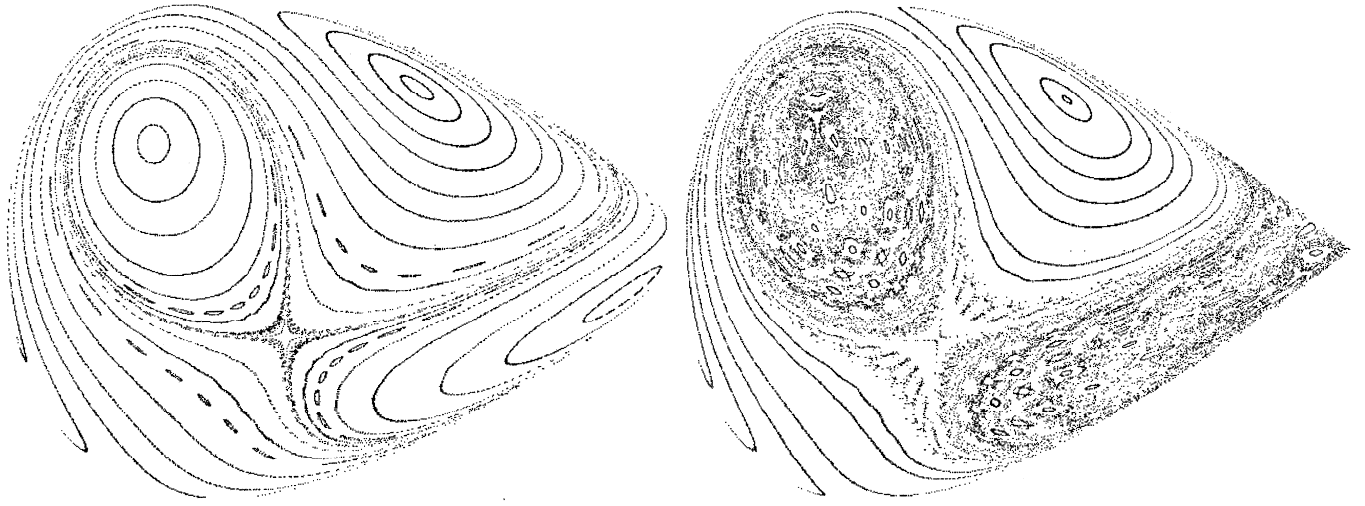


Рис.22. Сечение Пуанкаре при $R_{20}/R_{10}=2$, $\gamma=1.3$, $D=1.5$: а – $H=-0.001$; б – $H=0$.

го хаоса, а при некоторых дискретных значениях от хаоса переходит к детерминированной системе. Пример сечения Пуанкаре приведен на рис.22.

В разделе 5.4 приведены численные решения для нестационарных волн в полидисперсной г/ж смеси с двумя размерами пузырьков на основе системы

$$\begin{aligned} \tilde{p}_{xx} - c_1^{-2} \tilde{p}_{tt} &= -\gamma c_0^{-2} \sum_{i=1}^2 \alpha_i \ddot{v}_i, \\ \gamma w_{i0}^{-2} (v_i^{-1/3} \ddot{v}_i - v_i^{-4/3} \dot{v}_i^2 / 6) &= \tilde{p}_2 - \tilde{p} - 1, \quad i=1,2 \\ (\ln \tilde{p}_{2i} v_i^\gamma)_t + \tau_*^{-1} \ln \tilde{p}_{2i} v_i &= 0, \quad i=1,2 \end{aligned} \quad (27)$$

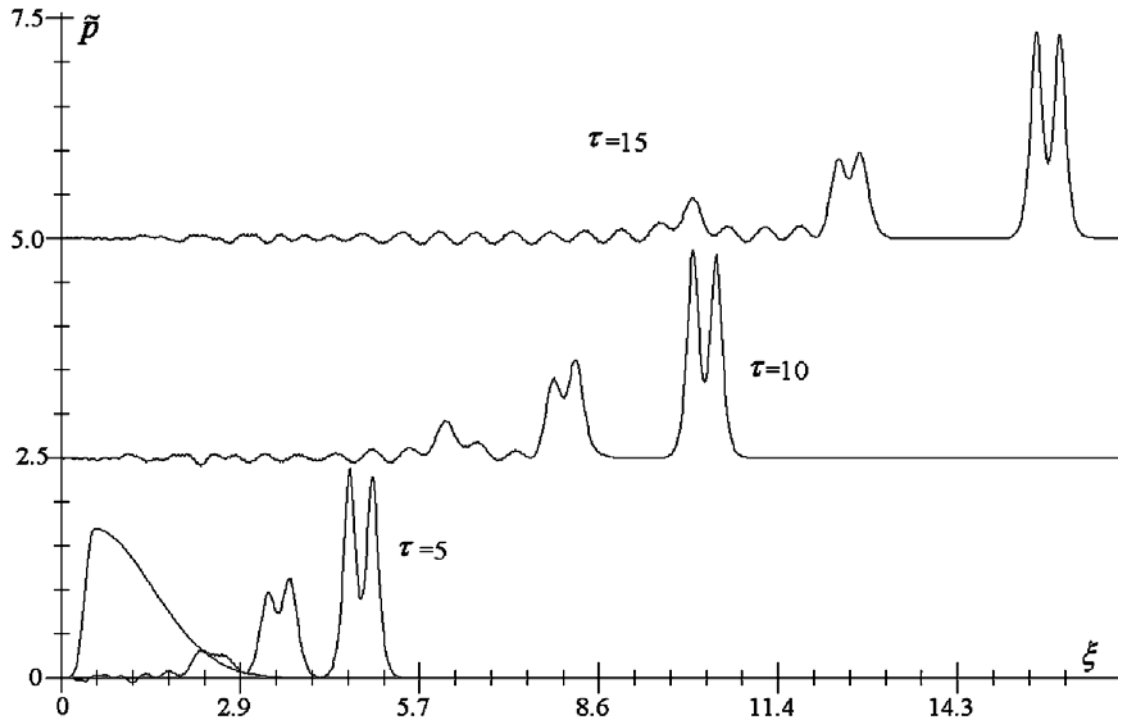


Рис.23. Эволюция треугольного входного сигнала с $p_m=1.7$, $\tau_0=9$, $\tau_0=9$, $\alpha_1=0.4$, $R_{10}/R_{20}=2$, $\sigma_1=11.7$ с выделением двух мультисолитонов моды (2,1) и волнового пакета.

и показано, что из входного сигнала достаточно большой амплитуды выделяются мультисолитоны первых простых мод, а волновой остаток, энергии которого не хватает для образования мультисолитона, представляет собой хаотическую нелинейную волну, как показано на рис.23

В разделе 5.5 получено трехволновое нелинейное волновое уравнение ТВУ для полидисперсных г/ж смесей с квадратичной нелинейностью не только в низкочастотной, но и в высокочастотной области

$$\Delta \tilde{p} + \frac{\gamma+1}{2\gamma} \frac{c_1^2}{c_0^2} \Delta \tilde{p}^2 - c_1^{-2} \tilde{p}_{tt} + \beta_1 \left(\Delta \tilde{p} + \frac{\gamma+1}{2\gamma} \frac{\beta_3 c_1^2}{\beta_1 c_0^2} \Delta \tilde{p}^2 - c_2^{-2} \tilde{p}_{tt} \right)_{tt} + \beta_2 (\Delta \tilde{p} - c_f^{-2} \tilde{p}_{tt})_{4t} = 0$$

$$\frac{1}{c_1^2} = \frac{1}{c_0^2} + \frac{1}{c_f^2}, \quad \frac{1}{c_2^2} = \frac{1}{c_f^2} + \frac{1}{c_0^2} \frac{\beta_3}{\beta_1}, \quad \beta_1 = \frac{1}{w_1^2} + \frac{1}{w_2^2}, \quad \beta_2 = \frac{1}{w_1^2 w_2^2}, \quad \beta_3 = \frac{\alpha_1}{w_2^2} + \frac{\alpha_2}{w_1^2}$$

В разделе 5.6 изучаются стационарные решения ТВУ в виде уединенных волн на основе решений, полученных с использованием метода стабилизирующего множителя Петвиашвили в k пространстве дифференциального уравнения

$$P^{IV} + aP'' + bP^{2''} - P + P^2 = 0,$$

$$P = \frac{\gamma+1}{2\gamma} \frac{\tilde{p}}{D^2-1}, \quad a = \frac{\delta - \phi D^2}{\sqrt{D^2-1}}, \quad b = \phi \sqrt{D^2-1}, \quad \eta = \frac{\xi}{Dc_0} \sqrt[4]{\frac{D^2-1}{\beta_2}}, \quad D = \frac{V}{c_0} \quad (28)$$

Показано, что на низкочастотной ветви — это обычные солитоны КДВ, а с переходом в высокочастотную область окна непрозрачности с ростом скорости распространения — это связанные солитонные пары с дискретным спектром скорости, не подверженные затуханию Ландау за счет отсутствия в их спектре Фурье эквивалентной резонансной частоты поглощения. Пример решения (28) приведен на рис.24.

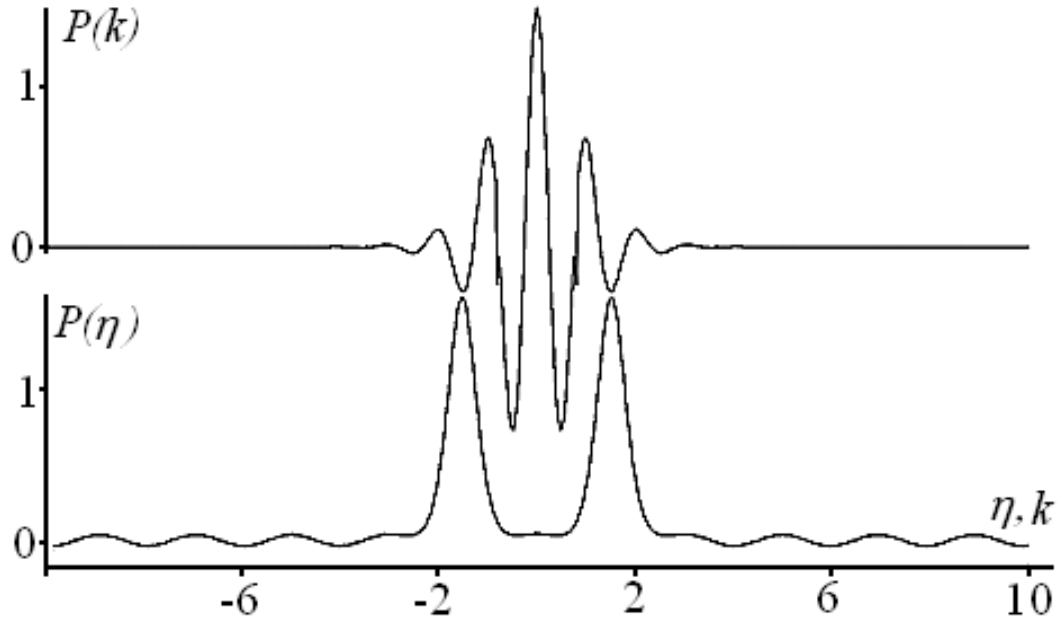


Рис.24. Солитонная пара решения (28) и её Фурье спектр при $a = -0.898$, $b = 1,595$, $D^2 = 6.2$.

В шестой главе изучаются гидродинамические течения г/ж и п/ж смесей.

В разделе 6.1 дана постановка задачи течения газожидкостных смесей с пузырьковой структурой на основе модели Ишии сохранения массы и импульса каждой фазы, энергия каждой фазы в модели считается постоянной и уравнения сохранения энергии не выписываются

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha_k \rho_k}{\partial t} + \vec{\nabla} \alpha_k \rho_k \vec{v}_k &= \Gamma_k, \\ \alpha_k \rho_k \left(\frac{\partial \vec{v}_k}{\partial t} + \vec{v}_k \vec{\nabla} \vec{v}_k \right) &= -\alpha_k \vec{\nabla} p_k + \alpha_k \rho_k \vec{g} + \vec{\nabla} \alpha_k \left(\vec{\sigma}_k + \vec{\tau}_k \right) + \vec{M}_k + \\ &+ \left(\vec{p}_k - \vec{p}_{i,k} \right) \vec{\nabla} \alpha_k + \Gamma_k \left(\vec{v}_k - \vec{v}_{k,i} \right) \end{aligned} \quad (29)$$

Для вертикального плоского канала с пузырьковым течением при учете только силы сопротивления Стокса и боковой силы Жуковского (29) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y} \left[(1 - \alpha) \tau_{yy} \right] &= -c_1 (1 - \alpha) \frac{\partial u}{\partial y}, \\ \frac{\partial}{\partial y} \left[(1 - \alpha) \tau_{yz} + \mu \frac{\partial u}{\partial y} \right] &= (1 - \alpha) \rho g - G, \\ c_1 &= \frac{16\pi \rho R_0^2}{27\mu} G, \quad G = -\frac{\partial p}{\partial z} = \left(1 - \langle \alpha \rangle - \frac{\tau_w}{l\rho g} \right) \rho g, \end{aligned} \quad (30)$$

требующих знания величин компонент тензора турбулентных напряжений τ_{yz} и τ_{yy} либо из привлеченных гипотез замыкания, либо на основе экспериментально измеренных профилей скоростей, газосодержания, напряжения на стенке канала и законов сохранения, следующих из интегралов (30)

$$\begin{aligned} \tau_{yy} &= -\frac{c_1}{1 - \alpha} \int (1 - \alpha) du, \\ \tau_{yz} &= \frac{1}{1 - \alpha} \left\{ \frac{\tau_w y}{l} - \mu \frac{\partial u}{\partial y} - \rho g \left[1 - \langle \alpha \rangle + \int_0^y (1 - \alpha) dy \right] \right\} \end{aligned} \quad (31)$$

В разделе 6.2 приведена модель расчета профиля газосодержания для «ламинарных» течений в вертикальных каналах, когда компонентой $\tau_{yz} \ll \mu \partial u / \partial y$ можно пренебречь, а для компоненты τ_{yy} привлечена гипотеза пути смешения Прандтля

$$\tau_{yy} = -\frac{1}{2} \rho (u - v)^2 + k \rho L^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \frac{\partial u}{\partial y} \quad (32)$$

В этом случае для «водосодержания» $\varphi = 1 - \alpha$ получено нелинейное дифференциальное уравнение

$$\varepsilon_1^2 \left[\varphi'' + \frac{\varphi - 2\varphi_*}{\varphi(\varphi - \varphi_*)} \varphi'^2 \right] = \frac{(\varphi - \bar{\varphi})(\varphi - \varphi_*)}{\varphi^2}, \quad \varepsilon_1^2 = \frac{3c_2^2}{c_1 c_2 + a}, \quad \varphi_* = \frac{a\bar{\varphi}}{c_1 c_2 + a} < \bar{\varphi} \quad (33)$$

В общем случае (33) решается численно как краевая задача с соответствующими граничными условиями, но качественный вид решения в случае подъемного

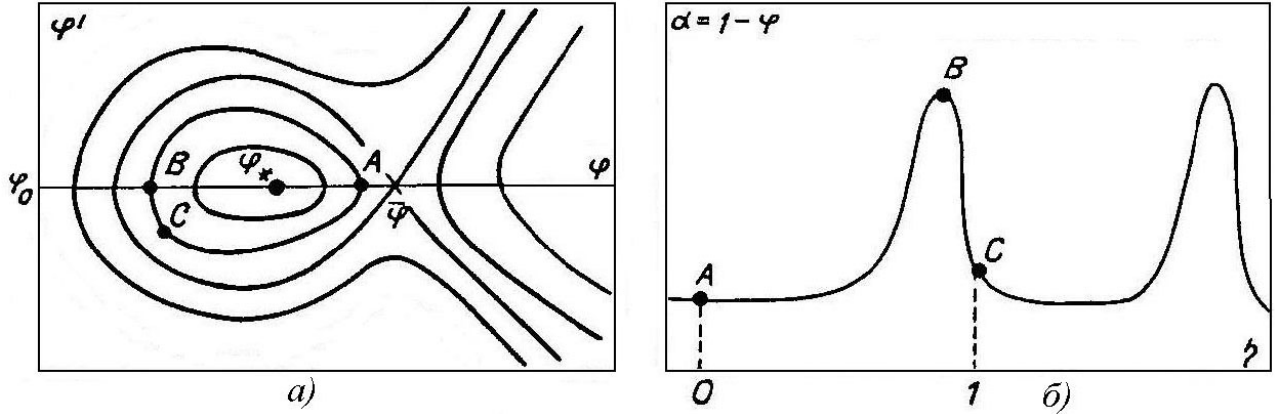


Рис.25. Фазовый портрет уравнения (33) в области особых точек – (а) и элемент кноидальной волны как искомое распределение газосодержания в подъемном течении – (б).

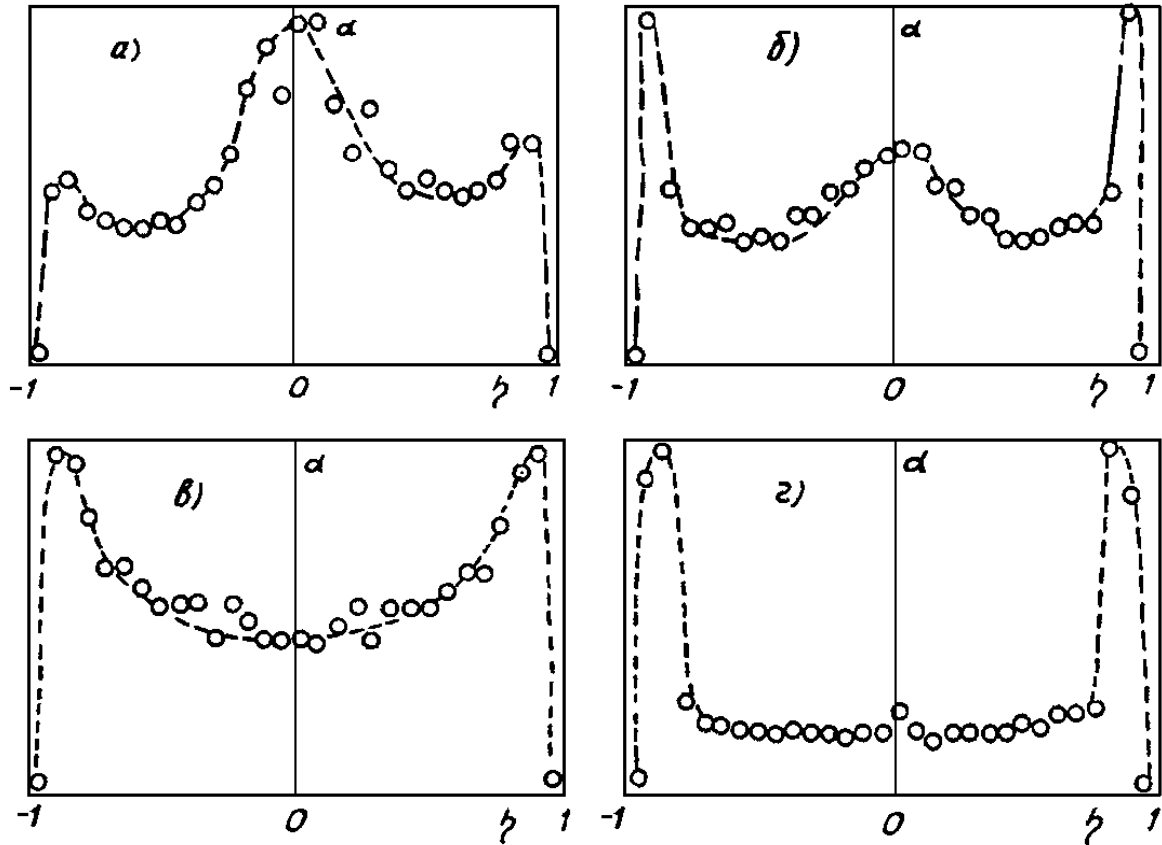


Рис.26. Примеры расчета профилей газосодержания в подъемном течении при $\beta=1$: а) – $\gamma=20$, $s=0,139$; б) – $\gamma=20$, $s=0,1$; в) – $\gamma=40$, $s=0,24$; г) – $\gamma=40$, $s=0,9$.

течения можно проследить на фазовой плоскости, приведенном на рис.25а. Траектории ABC в этом случае будет соответствовать элемент кноидальной вол-

ны, приведенный на рис.25б, который и будет искомым решением для газосодержания у стенки канала.

В разделе 6.3 рассмотрен метод Монте-Карло или метод пробных пузырьков для расчета структуры течения пузырьковых жидкостей в вертикальном канале с расчетом компонент тензора турбулентных напряжений не по параметрам осредненной скорости, а по интегральным соотношениям и профилям газосодержания (31), получаемым за счет усреднения траекторий движения пробных пузырьков, выпускаемых в случайном месте по ширине канала со случайными начальными условиями. Метод пробных пузырьков позволяет рассчитывать структуру пузырьковых течений при больших числах Рейнольдса, когда компонентой τ_{yz} пренебрегать нельзя, а применение гипотез замыкания ввиду отсутствия стационарного течения поперек канала невозможно. Пример расчета профилей газосодержания, полученных методом пробных пузырьков, приведен на рис.26.

В разделе 6.4 приведена постановка задачи высокоскоростного истечения насыщенного пара с околоскритическими параметрами в холодный трубопровод в системах аварийного газоудаления атомных и тепловых теплостанций по схеме, приведенной на рис.26.

В разделе 6.5 изложена расчетная модель высокоскоростного истечения и проведено ее разделение на гидродинамическую и высокоэнтальпийную тепловые задачи, основанном на постоянстве скорости звука в насыщенном паре при всех давлениях. Модель включает уравнения сохранения массы, импульса и энергии

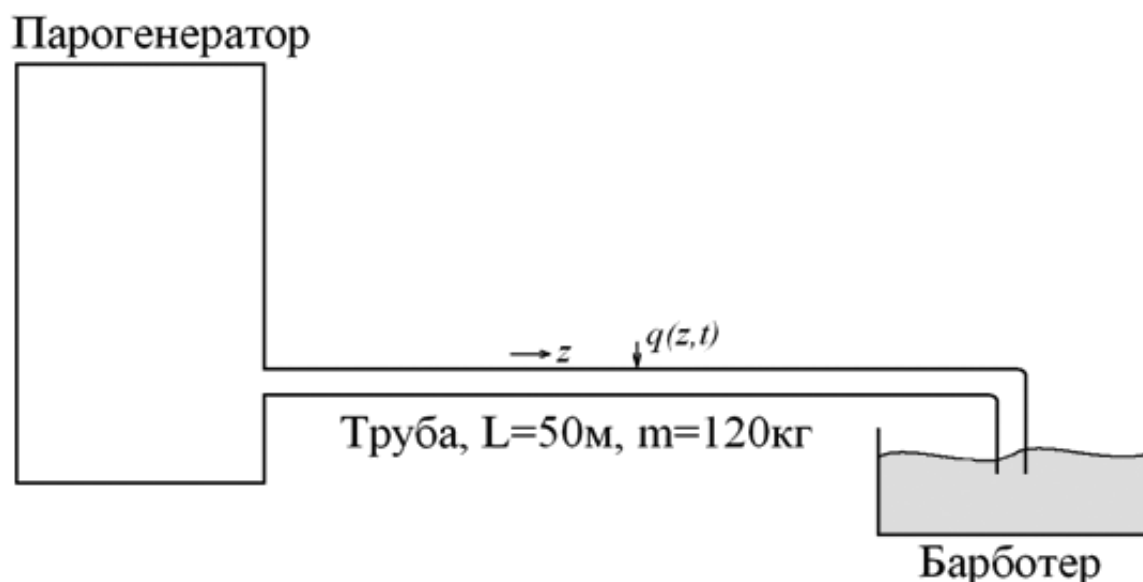


Рис.27. Схема типичной системы аварийного газоудаления тепловых станций.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial(\rho u)}{\partial z} &= 0, \\
\rho u \frac{\partial u}{\partial z} &= -\frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\zeta}{d} \frac{\rho u^2}{2}, \\
\rho u \frac{\partial w}{\partial z} &= -\frac{4}{d} q
\end{aligned}
\tag{34}$$

Энтальпия воды $h'(T)$ и пара $h''(T)$ и их плотности на линии насыщения определены таблично, а для смеси – через массовое паросодержание

$$\begin{aligned}
\rho^{-1} &= X \rho''^{-1} + (1 - X) \rho'^{-1}, \\
h &= X h'' + (1 - X) h'
\end{aligned}
\tag{35}$$

Для определения теплового потока $q(z, t)$ на внутренней поверхности трубы в (34) решалась тепловая задача для температуры материала трубы $\vartheta(z, r, t)$

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} = a \left(\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \vartheta}{\partial r} \right)
\tag{36}$$

с соответствующими начальными и граничными условиями.

В разделе 6.6 приведено инженерное решение поставленной в п.6.4 и п.6.5 задачи (34)–(36) за счет оправданных и обоснованных упрощений, в первую очередь за счет выделения гидродинамической задачи как отдельной задачи. Инженерная формула для выходного паросодержания

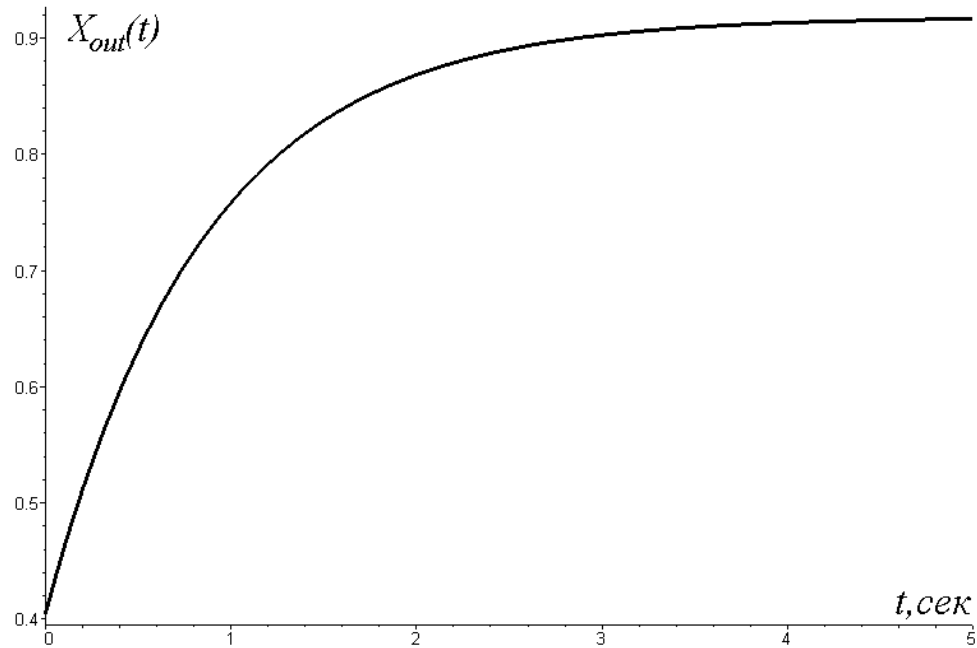


Рис.28. Зависимость величины выходного паросодержания от времени при следующих параметрах: $\zeta = 0,02$, $d = 0,031$ м, $c_s = 478$ м/с, $u_{in} = 87,9$ м/с, $p_v = 15,1$ МПа, $p_{in} = 14,66$ МПа, $T_v = 343,2$ °С, $T_{in} = 340$ °С, $T_0 = 20$ °С, $p_{out} = 0,101$ МПа, $T_{out} = 100$ °С, $X_{in} = 0,9797$, $X_{out}(0) = 0,405$, $X_{out}(\infty) = 0,918$.

$$X_{out} = \frac{1}{r_{out}} \left(X_{in} r_{in} + h'_{in} - h'_{out} + \frac{u_{in}^2 - c_s^2}{2} - \frac{4}{d \rho_{in} u_{in}} \int_0^L q dz \right) \quad (37)$$

где входная скорость истечения найдена из решения гидродинамической задачи

$$u_{in} = \sqrt{\frac{\frac{\Delta p}{\rho_{in}} \left(2 - \frac{\Delta p}{\rho_{in} c_s^2} \right)}{\frac{\zeta L}{d} - 2 \ln \left(1 - \frac{\Delta p}{\rho_{in} c_s^2} \right)}} \quad (38)$$

а тепловой поток – из упрощенного решения тепловой задачи

$$q(t, z) = \lambda \frac{T(z) - \vartheta_0}{\delta} \theta_2 \left(0, \frac{at}{\delta^2} \right) \approx 2\lambda \frac{T(z) - T_0}{\delta} \exp \left(-\frac{t}{t_T} \right) \quad (39)$$

Конкретный вариант расчета выходного паросодержания по формулам (37)–(39) приведен на рис.27. Стационарная величина выходного паросодержания здесь отлична от единицы за счет прохождения по длине трубы точки инверсии до которой происходит изоэнтальпийная конденсация, а после точки инверсии – изоэнтальпийное испарение, не компенсирующее конденсацию.

Вторая часть работы посвящена математическому моделированию низкотемпературных топливных элементов с полимерными мембранами (ТЭПМ).

В седьмой главе рассмотрена одномерная модель ТЭПМ.

В разделе 7.1 дана классификация топливных элементов всех существующих типов, объяснены принципы их работы и основные проблемы, связанные с рассматриваемым типом топливных элементов. Схема отдельной ячейки ТЭПМ приведена на рис.29. В ходе суммарной электрохимической окислительно-восстановительной реакции холодного горения кислорода в присутствии катализатора, проходящей поэтапно на аноде (водородном электроде) и на катоде (кислородном электроде) $O_2 + 4H^+ + 4e^- = 2H_2O$, разделенных протонопроводящей полимерной мембраной из Нафiona, генерируется ЭДС топливного элемента $U_{th} = \Delta G / 2F = 1,23$ В, снижающееся за счет разного рода потерь: поляризационных, транспортных, омических и др., которые требуется рассчитать.

В разделе 7.2 сформулирована постановка задачи как основная цель расчета множества эмпирических констант в широко используемой формуле

$$U_{out} = U_{th} - A \ln \left(\frac{j_0 + j_{in}}{j_{ex}} \right) + r j_0 + B \ln \left(1 - \frac{j_0}{j_{max}} \right) \quad (40)$$

для вольт-амперной характеристики (ВАХ) ТЭПМ, величина которых A, B, j_{ex}, j_{max} порой, на порядки расходится с существующими теориями.

В разделе 7.3 рассмотрена предлагаемая математическая модель, включающая гидродинамические и электрохимические уравнения в пяти зонах катодно-

го узла ТЭПМ: полимерной мембране, каталитическом слое, гидрофильных и гидрофобных порах пористого катода, вододиффузионной области и в газовой камере для плотности тока, электрического потенциала, давления, скоростей жидкости и газа, а также для концентраций компонент электрохимических реакций и дано подробное объяснение используемых кардинальных отличий от широко принятой модели Бернарди и Вербругга. Схема катодного узла с указанными областями ТЭПМ показана на рис.30. В мембране это уравнения Шлогля и Нерста-Планка для электрического потенциала и давления

$$\kappa \frac{d\varphi}{dz} = -j_0 + F c_H u, \quad (41)$$

$$u = -\frac{k_E}{\mu} c_H F \frac{d\varphi}{dz} - \frac{k_h}{\mu} \frac{dp}{dz}$$

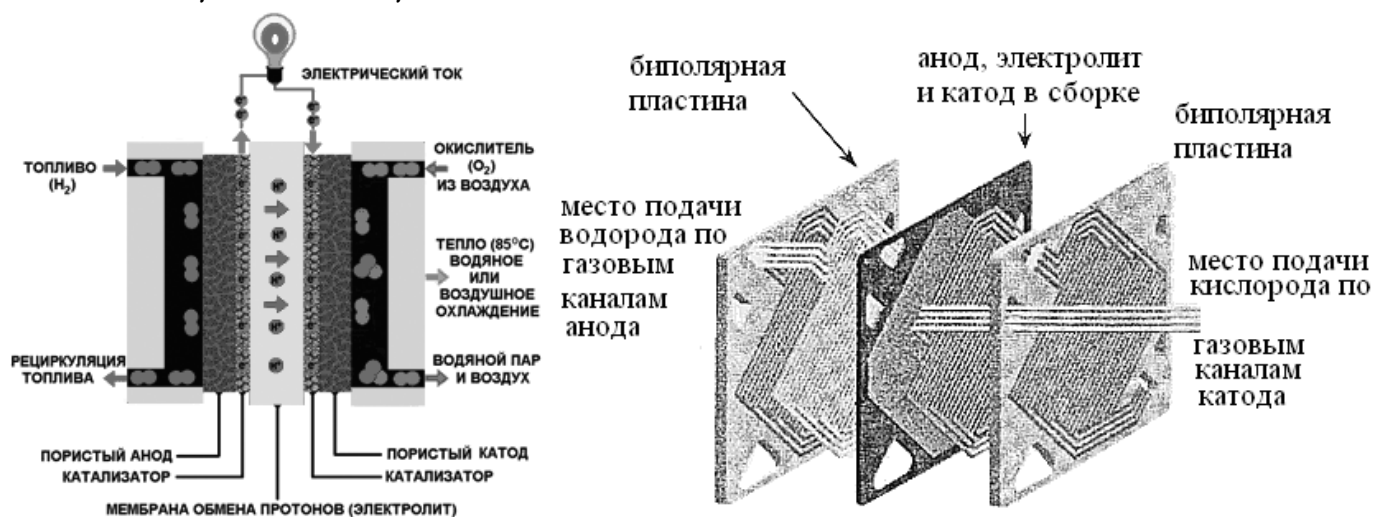


Рис.29. Схема отдельной ячейки ТЭПМ и ее общий вид.

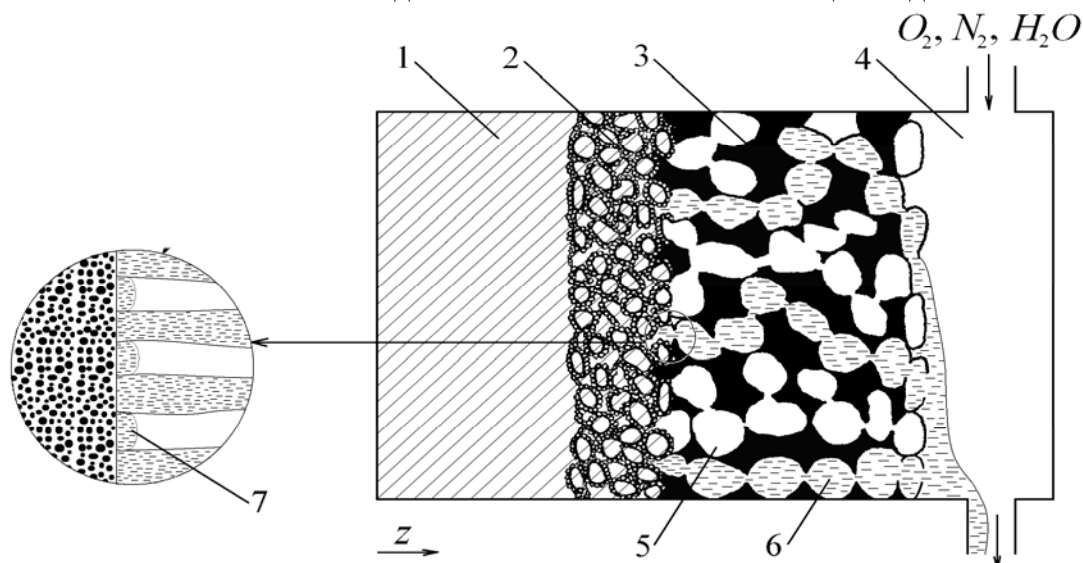


Рис. 30. Схема катодного узла ТЭПМ: 1 — мембрана; 2 — активный каталитический слой; 3 — углеродный скелет пористого катода; 4 — газовая камера; 5 — несмачиваемые поры газодиффузионной области; 6 — смачиваемые поры катода, заполненные водой; 7 — структура вододиффузионной области.

В каталитическом слое система уравнений дополняется уравнением неразрывности для воды, уравнением диффузии кислорода и кинетическим уравнением Балтера-Волмера.

$$\begin{aligned}
 \kappa^{eff} \frac{d\varphi}{dz} &= -j + Fc_H u, \\
 \frac{k_h^{eff}}{\mu} \frac{dp}{dz} &= -\frac{k_E^{eff}}{\mu} c_H F \frac{d\varphi}{dz} - u, \\
 \rho \frac{du}{dz} &= -\frac{2}{4F} \frac{dj}{dz}, \\
 \frac{dN_{O_2}}{dz} &= \frac{d}{dz} \left(-D_{O_2}^{eff} \frac{dc_{O_2}}{dz} + uc_{O_2} \right) = \frac{1}{4F} \frac{dj}{dz}, \\
 \frac{dj}{dz} &= -i_0^{ref} \frac{c_{O_2}}{c_{O_2}^{ref}} \left[\exp\left(\frac{\alpha_a F}{RT} \varphi\right) - \exp\left(-\frac{\alpha_c F}{RT} \varphi\right) \right]
 \end{aligned} \tag{42}$$

В газодиффузионной области пористого катода решается уравнение диффузии многокомпонентной газовой смеси

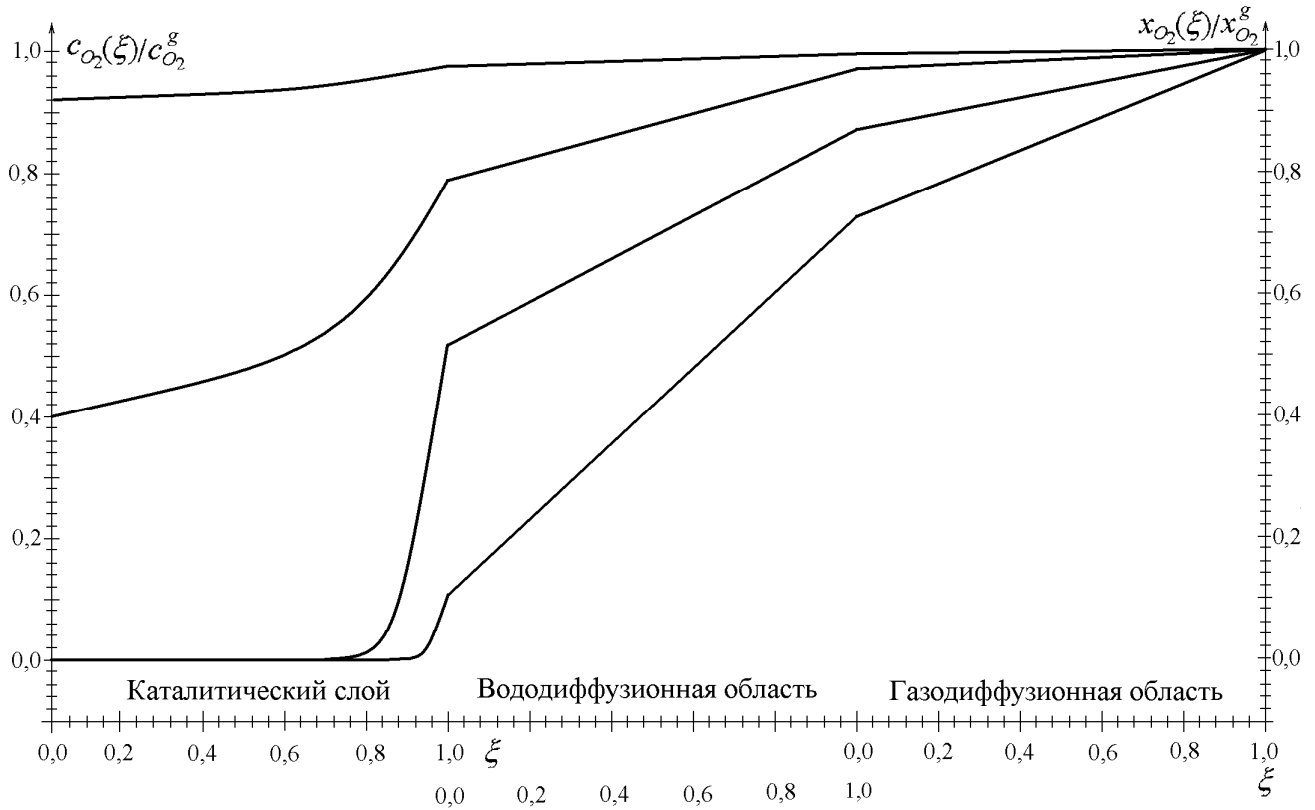


Рис. 31. Изменение безразмерной концентрации кислорода $c_{O_2}(\xi)/c_{O_2}^g$ в трех областях топливного элемента: газодиффузионной, вододиффузионной и в каталитическом слое для значений плотности тока $j_0 = 0,1, 1,0, 8,0, 15 \text{ кА/м}^2$ (кривые 1–4).

$$-D_{O_2}^{eff} \frac{dx_{O_2}}{dz} + u_g x_{O_2} = \frac{RT}{p} N_{O_2}, \quad u_g = \frac{RT}{p} \frac{N_{O_2}}{1 - x_w^{sat}}, \quad (43)$$

В вододиффузионной области конвективное уравнение диффузии для концентрации кислорода сводится к уравнению Стефана для потока

$$u_w c_{O_2} - D_w^{eff} \frac{dc_{O_2}}{dz} = -\frac{j_0}{4F}, \quad c_{O_2}(z_w) = c_{O_2}^w \quad (44)$$

Основное отличие модели (41)-(44) от модели Бернарди и Вербруга – введение вододиффузионной области, связанной с учетом поверхностного натяжения в гидрофобных порах пористого катода через функцию Леверетта.

В разделе 7.4 приведены аналитические решения рассмотренной модели ТЭПМ, полученные при некотором упрощении модели, в том числе полученный нелинейный закон Тафеля, справедливый при больших плотностях тока

$$\varphi_c = \frac{RT}{2F} \ln \left[\frac{c_{O_2}^{ref}}{4F i_0^{ref} D_{O_2}^{eff}} \left(\frac{j_0}{c_{O_2}^c(j_0)} \right)^2 \right], \quad (45)$$

решена проблема двойного наклона ВАХ, найдены аналитические выражения для эмпирических констант в формуле (40): величина плотности тока обмена и предельного тока и эквивалентного омического сопротивления, связанного не только с проводимостью мембраны, но и с концентрацией протонов и др.

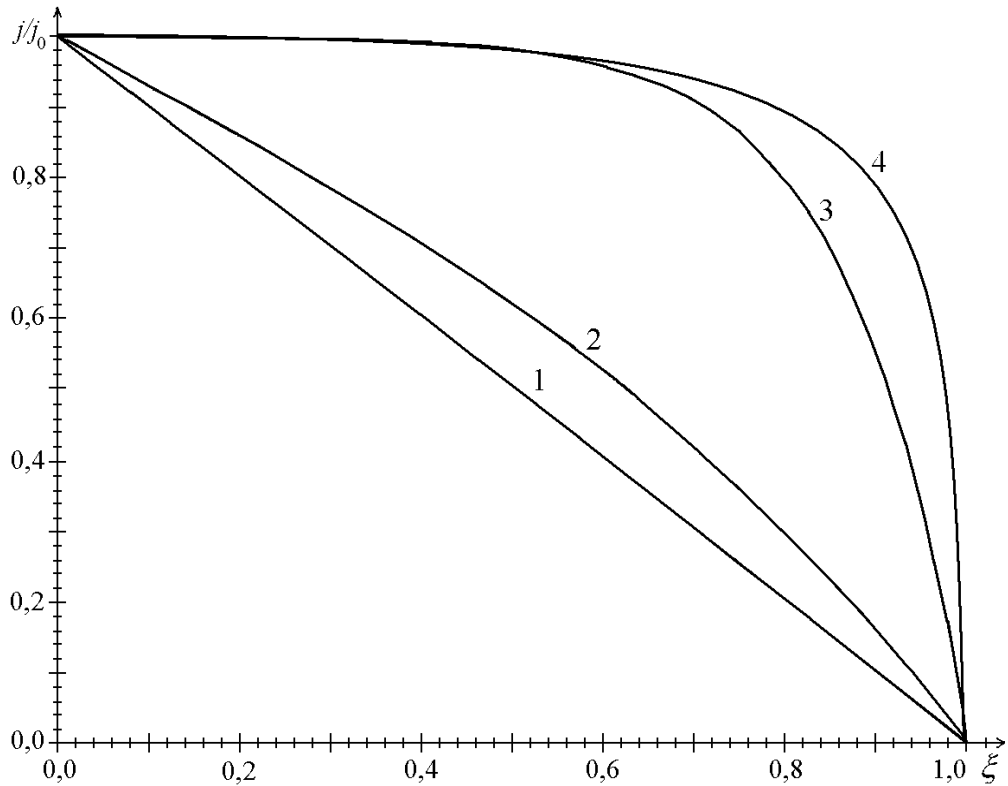


Рис. 32. Профили безразмерной плотности ионного тока $j/j_0 = 1 - J(\xi)$ в каталитическом слое при $j_0 = 0,1, 1,0, 8,0, 15,0$ кА/м² (соответственно кривые 1–4).

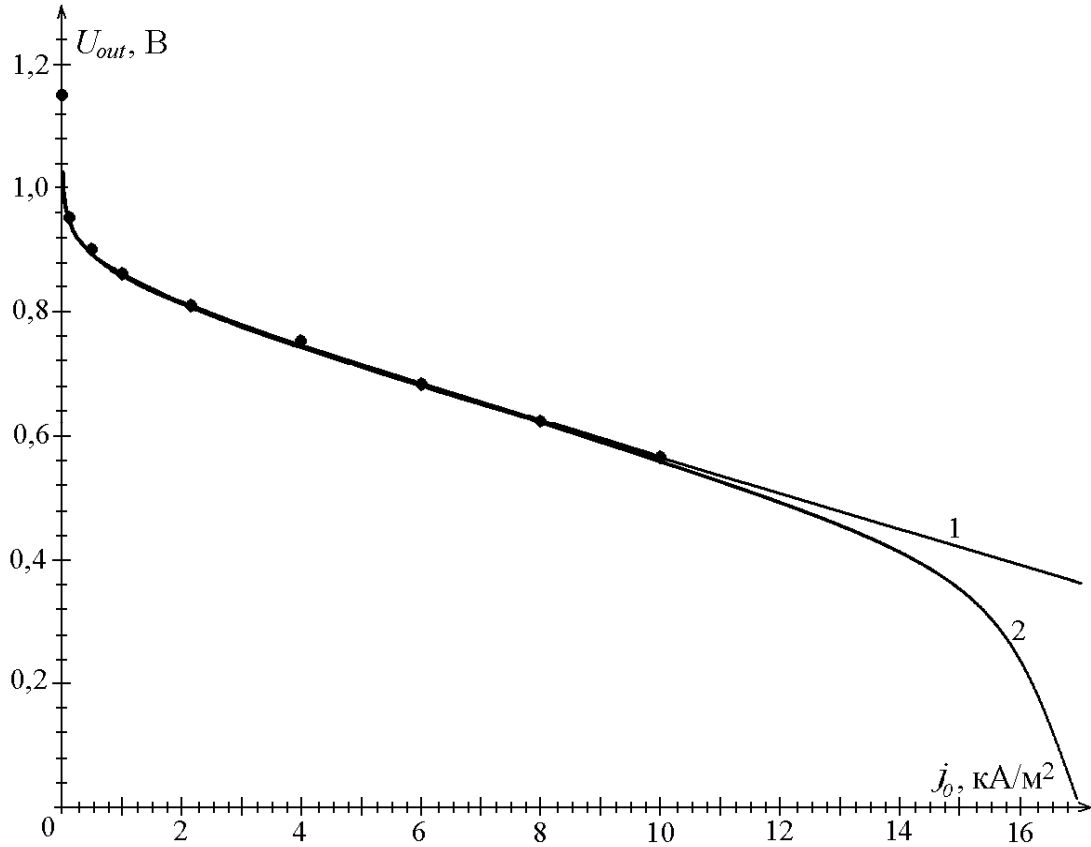


Рис. 33. ВАХ топливного элемента. 1 — расчет без учета капиллярных сил, но с заниженной проводимостью мембраны ($l_w = 0, \kappa = 7$); 2 — расчет с учетом капиллярных сил и с нормальной проводимостью ($l_w = 2.6 \cdot 10^{-6}, \kappa = 17$); точки — экспериментальные данные.

$$j_{ex} = \sqrt{4Fi_0^{ref} D_{O_2}^{eff} c_{O_2}^{ref}},$$

$$j_{max} = \frac{4F}{\frac{0,79RTl_g}{0,21D_{O_2}^{eff} p_g (1-x_w^{sat})} + \frac{l_w}{D_w^{eff} c_{O_2}^{ref}}}, \quad r = \frac{l_m}{\kappa + k_E c_H^2 F^2 / \mu} \quad (46)$$

В разделе 7.5 приведены результаты численных расчетов по модели ТЭПМ, результаты теоретического расчета констант в формуле для ВАХ, близких к эмпирическим, а также сравнение расчетной и экспериментальной ВАХ, подтверждающее правомерность модели. Результаты расчетов концентрации кислорода в трех областях ТЭПМ проиллюстрировано на рис.31, изменение плотности тока в каталитическом слое – на рис.32. ВАХ ТЭПМ, рассчитанная с учетом и без учета капиллярных сил, принципиально влияющих на величину предельного тока, приведена на рис.33.

Основные результаты работы:

1. Получено уравнение состояния и изучены теплофизические свойства парожидкостной смеси на основе решения задачи теплообмена отдельного пу-

зырька с прилегающей жидкостью в ячеистой постановке и на основе нового интегро-дифференциального уравнения типа Флоршица-Чао (паровой Рэлея). Показано, что новое уравнение состояния парожидкостной смеси приводит к сверхнизкой скорости звука Ландау.

2. Показана на основе численных расчетов и сравнения с экспериментальными данными для волн малой и умеренной амплитуды правомерность приближения Бюргерса-Кортевега-де Вриза для двухфазных смесей с пузырьковой структурой и правомерность новых модельных волновых уравнений:
 - релаксационного уравнения Кортевега-де-Вриза для газожидкостных смесей, учитывающего релаксацию скорости звука от адиабатической до изотермической; связанную с тепловыми потерями;
 - интегро-дифференциального волнового уравнения для парожидкостных смесей, учитывающего сильное изменение паросодержания за счет фазовых переходов и конденсации пара, вплоть до полного коллапса паровых пузырьков;
 - двухволнового и трехволнового уравнений, учитывающих одновременное существование и взаимодействие нелинейных возмущений, распространяющихся с двумя и тремя разными скоростями звука в полидисперсных газожидкостных смесях.
3. Исследована структура нелинейных волн большой амплитуду 3–50 бар на основе численных решений полной системы уравнений для газожидкостных смесей с учетом тепловых потерь и проведено сравнение расчетов с экспериментальными данными. Рассчитаны в пренебрежении диссипацией параметры уединенных волн большой амплитуды — солитонов Рэлея. Выявлена граница амплитуды солитонов до 3 бар, где они совпадают с солитонами Буссинеска и амплитуда свыше 10 бар, где относительная ширина солитонов Рэлея уменьшается вдвое, а вершина заостряется.
4. Проведены исследования структуры двумерных волн в неоднородных газожидкостных смесях. Обнаружены и рассчитаны явления, наблюдаемые экспериментально в расслоенных г/ж смесях: стохастизация волновых пакетов и аномальное затухание нелинейных волн. На основе рассмотренных дисперсионных соотношений для двумерных волн найдено объяснение указанным явлениям как проявление высших волновых мод — низкочастотных предвестников, существующих в акустических волноводах.
5. Рассчитано прохождение и взаимодействие двумерной ударной волны с коническим газожидкостным кластером на основе модели динамических граничных условий. Показано, что эффект многократного усиления импульса давления, сфокусированного и переизлученного кластером, реально наблюдаемый экспериментально, объясняется большим значением коэффициента прохождения волны через границу кластера, следующий из модели динамических граничных условий.

6. Исследованы нелинейные волны в полидисперсной газожидкостной смеси на основе трехволнового модельного волнового уравнения и полной системы уравнений с использованием разностных методов, гамильтонового формализма и сечений Пуанкаре. Рассчитана структура и изучены свойства многогорбых стационарных уединенных волн – мультисолитонов, важнейшие из которых это дискретный спектр скорости и способность связанной пары солитонов распространяться без затухания в окне непрозрачности.
7. Разработан метод пробных пузырьков или метод Монте-Карло для расчета стационарных гидродинамических течений пузырьков смесей в вертикальных каналах, позволяющий рассчитывать компоненты тензора турбулентных напряжений и объясняющий образование пиков газосодержания у стенки канала в подъемном течении в экспериментах ИТФ.
8. Предложены инженерные методы расчета нестационарного истечения и конденсации насыщенного пара с околоскритическими параметрами в холодный трубопровод в системах аварийного газоудаления атомных и тепловых электростанций, основанные на разделении и приближенном решении уравнений гидродинамики и теплообмена за счет слабой зависимости от температуры скорости звука влажного пара.
9. Разработана методика расчета процессов массопереноса многокомпонентных и химически реагирующих газовых смесей и предложена аналитически разрешимая математическая модель топливного элемента с полимерными мембранами с учетом капиллярных сил в не смачиваемых порах пористого катода. В рамках найденного нелинейного закона Тафеля рассчитано несколько эмпирических констант в инженерной формуле для вольт-амперной характеристики топливного элемента: объемная плотность тока обмена в каталитическом слое, предельная плотность тока и эффективная проводимость мембраны.

Основное содержание диссертации опубликовано в работах:

1. Gasenko V.G., Nakoryakov V.E., Iliyn V.P. Numerical analysis of the dynamics of vapor bubbles [Численный анализ динамики паровых пузырьков] // J. Eng. Thermophys. – 2010. – Vol. 19, N. 4. P. 272-281.
2. Gasenko V.G., Nakoryakov V.E. Nonlinear Three-Wave Equation for a Polydispersiv Gas-Liquid Mixture [Трехволновое нелинейное волновое уравнение для полидисперсных газожидкостных смесей] // J. Eng. Thermophys. – 2008. – Vol. 17, N. 3. – P. 158-165.
3. Gasenko V.G., Dragunov Yu.G., Nakoryakov V.E. Engineering Computation Method for the High-Velocity Flow and Condensation of Saturated Steam in a Cold Pipeline [Инженерный метод расчета высокоскоростного истечения и конденсации насыщенного пара в холодный трубопровод] // J. Eng. Thermophys. – 2008. – Vol. 17, N. 3. – P. 151-157.

4. Gasenko V.G., Nakoryakov V.E. The Effect of Capillary Forces in a Porous Electrode on Output Current Voltage Characteristics of Fuel Cell with Polymer Proton Exchange Membrane [Влияние капиллярных сил на вольт-амперную характеристику топливных элементов с протоно обменными полимерными мембранами] // J. Porous Media, 2007, v.10, N8, pp. 739-750.
5. Гасенко В.Г., Накоряков В.Е. Модель диффузии многокомпонентного газа в пористом электроде топливного элемента. // Электрохимия. – 2006. – т. 42, – №4, с. 390–400.
6. Гасенко В.Г., Накоряков В.Е. Влиянии капиллярных сил в пористых электродах на вольт–амперную характеристику топливных элементов с полимерной мембраной // ТОХТ. – 2006. –Т.40, №2, с.1–11.
7. Гасенко В.Г., Накоряков В.Е. Математическая модель катодного узла топливного элемента с твердым электролитом // ПМТФ, т.46, №5, 2005, с. 27-37.
8. Гасенко В.Г., Донцов В.Е., Кузнецов В.В., Накоряков В.Е. Осциллирующие уединенные волны в жидкости с пузырьками газа. // Изв. СОАН Сер. Тех. 1987, т.21, №6.
9. Гасенко В.Г., Накоряков В.Е., Оренбах З.М., Шрейбер И.Р. Распространение возмущений в жидкости с пузырьками пара. // ПМТФ, 1983, №3, с.86–90.
10. Gasenko V.G., Nakoryakov V.E., Shreyber I.R. Moderate-Strength Waves in Liquid Containing Gas Bubbles [Волны умеренной интенсивности в жидкости, содержащей пузырьки газа] // J. Fluid Mechanics Soviet Research, 1981, v.10, №2.
11. Гасенко В.Г., Накоряков В.Е., Шрейбер И.Р. Усиление ударной волны в жидкости с пузырьками газа. // ДАН СССР, 1980, т.235, №6, с.1330–1332.
12. Гасенко В.Г., Накоряков В.Е., Шрейбер И.Р. Двухволновая модель распространения возмущений в жидкости с пузырьками газа. // ПМТФ, 1979, №6, с.119–127.
13. Гасенко В.Г., Накоряков В.Е., Шрейбер И.Р. Нелинейные возмущения в жидкости с пузырьками газа. // Акуст.ж. 1979, №5, с.681–685.
14. Гасенко В.Г., Колесников Л.Е., Соболев В.В. Исследование сферической кавитационной полости в звуковом поле // ПМТФ, 1973, №6, с.109–114.
15. Гасенко В.Г., Накоряков В.Е. Аналитически разрешимая модель топливного элемента с твердополимерным электролитом. // Uzbek Journal of Physics. – 2006. v.8, N4-5, pp. 185-200.
16. Гасенко В.Г., Донцов В.Е., Накоряков В.Е. Нелинейные волны в газожидкостных смесях неоднородной структуры. // Динамика сплошной среды, 2005, вып.123, с.48–55.
17. V.G.Gasenko, N.I.Gorbenko, V.P.Ilin, V.E.Nakoryakov. Numerical analysis of integro-differential equation for modeling the dissipative wave process [Чис-

- ленный анализ интегро-дифференциального уравнения, моделирующего диссипативный волновой процесс] // Proceedings of The 10th International Conference on the Mathematical and Numerical Aspects of Waves, “WAVES 2011”, Vancouver, Canada, 25-29 July 2011, p.423-425.
18. Накоряков В.Е., Гасенко В.Г., Донцов В.Е. Двумерные волны в газожидкостных смесях с кластерной структурой // Доклад 28 Сибирского теплофизического семинара. Новосибирск. 2005. СД.
 19. Gasenko V.G., Dontsov V.E., Nakoryakov B.E. (2002). On the structure of complicated shape solitary waves in a liquid with gas bubbles due to two different bubbles' sizes [Структура уединенных волн сложной формы в жидкости с пузырьками газа двух разных размеров]// Proceedings of 2-nd Biot conference on Poromechanics, Grenoble-France, August 26-28, 2002, pp.715-721.
 20. Dontsov V.E., Gasenko V.G. Investigations on complicated shape solitary waves in a structured bubbled liquid [Исследование уединенных волн сложной формы в структурированных пузырьковых жидкостях] // The 6th Russian-Korean international symposium on science and technology June 24-30. Novosibirsk State Technical University, Russia. 2002.-Vol. 2.- P. 293-297.
 21. Гасенко В.Г., Донцов В.Е. Уединенные волны давления в жидкости с пузырьками газа двух разных размеров // Труды 26 Сибирского теплофизического семинара. Новосибирск. 17-19 июня. 2002. С. 60-61.
 22. Накоряков В.Е., Донцов В.Е., Гасенко В.Г. Двумерные волны в газожидкостных смесях// Доклад 27 Сибирского теплофизического семинара. Новосибирск. 2004. № 98
 23. Gasenko, V.G. and Izergin, V.L. Nonlinear waves stochastization in a polydispersive gas – liquid mixture [Стохастизация нелинейных волн в полидисперсных газожидкостных смесях]. In: Proc. 11th Int. Symp. on Nonlinear Acoustics, Novosibirsk, 1987, May 25-30, Russia, v2, p. 23-25.
 24. Гасенко В.Г. О моделях расчета распределения газосодержания при течениях двухфазных смесей в вертикальном канале // Газожидкостные течения: Сб. научн. трудов. – Новосибирск, ИТФ, 1990, с.3–19.
 25. Гасенко В.Г., Оренбах З.М. Затухание нелинейных волн в парожидкостных смесях // Неравновесные процессы в одно- и двухфазных системах: Сб. научн. трудов – Новосибирск: ИТФ. 1983, с.21–27.
 26. Гасенко В.Г., Иванский А.П. Динамика осциллирующих солитонов // Физическая гидродинамика и тепловые процессы: Сб. научн. трудов: Новосибирск, ИТФ, 1980, с.44–47.
 27. Гасенко В.Г., Иванский А.П. Уединенные волны в активной среде с дисперсией и диссипацией. Волны на вертикальной пленке жидкости // Физическая гидродинамика и тепловые процессы: Сб. научн. трудов – Новосибирск ИТФ. 1980, с.95-101.

28. Гасенко В.Г. Волновая динамика газожидкостных смесей в приближении двухскоростного нелинейного волнового уравнения // Физическая гидродинамика и теплообмен: Сб. научн. трудов – Новосибирск, ИТФ, 1978, с.22–29.
29. Гасенко В.Г. Структура стационарных ударных волн в газожидкостной среде с тепловой релаксацией. — Сб. научн. трудов «Теплофизические исследования». Новосибирск: ИТФ. 1977, с.42-46.
30. Гасенко В.Г., Накоряков В.Е., Шрейбер И.Р. Приближение Бюргерса-Кортевега-де-Вриза в волновой динамике газожидкостных систем. — Сб. научн. трудов «Волновые процессы в двухфазных средах». Новосибирск: ИТФ, 1977, с.17–31
31. Гасенко В.Г. Карта решений уравнений Кортевега –де-Вриза- Бюргерса. — Сб. научн. трудов «Исследования по гидродинамике и теплообмену». Новосибирск: ИТФ. 1976, с.81–87.
32. Гасенко В.Г., Соболев В.В. Поведение сферической кавитационной полости в звуковом поле, — Сб. научн. трудов «Волновые процессы в двухфазных системах». Новосибирск: ИТФ, 1975, с.207–258.

Подписано к печати 30 декабря 2011 г. Заказ № 20
Формат 60×84 / 16 . Объем 2 уч.-изд. л. Тираж 120 экз.

Отпечатано в Институте теплофизики им С.С. Кутателадзе СО РАН
630090, Новосибирск, просп. Академика Лаврентьева, 1